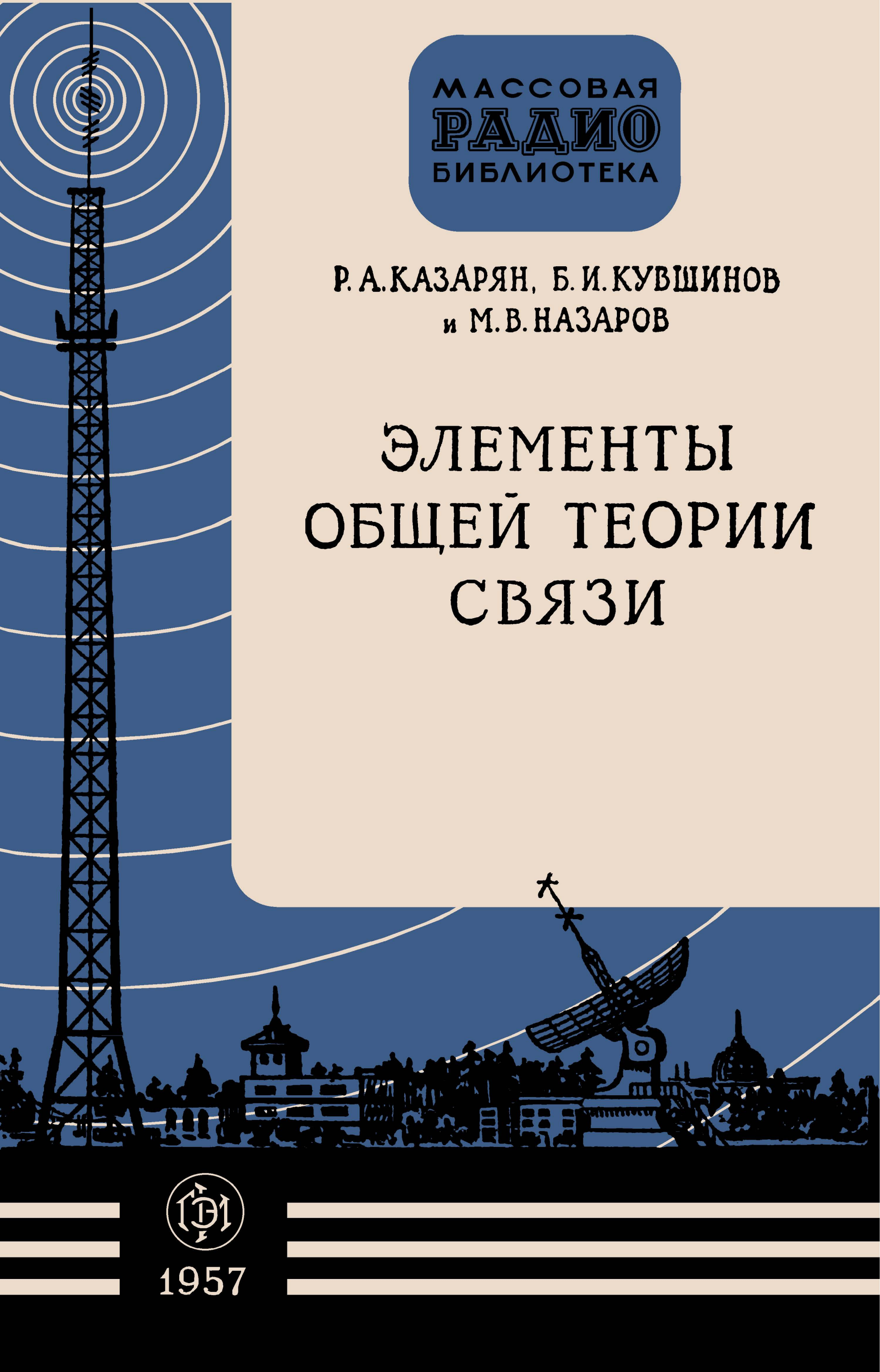
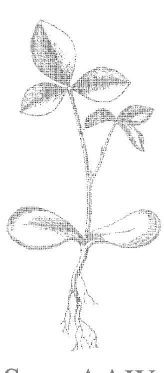

МАССОВАЯ
РАДИО
БИБЛИОТЕКА
Р. А. КАЗАРЯН, Б. И. КУВШИНОВ
и М. В. НАЗАРОВ
ЭЛЕМЕНТЫ
ОБЩЕЙ ТЕОРИИ
СВЯЗИ
ГЭИ
1957

МАССОВАЯ РАДИОБИБЛИОТЕКА

Выпуск 263

Р. А. КАЗАРЯН, Б. И. КУВШИНОВ
и М. В. НАЗАРОВ

ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СВЯЗИ







ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1957 ЛЕНИНГРАД

В книге в упрощенной форме рассматриваются вопросы, связанные с передачей сообщений, на основе представлений современной общей теории связи. Даются основные определения и задачи теории и техники связи. Рассматриваются некоторые новые пути повышения эффективности и помехоустойчивости линий связи. Излагаются основные положения теории и техники многоканальной связи.

Книга рассчитана на широкий круг читателей, интересующихся состоянием современной общей теории связи и желающих познакомиться с путями развития и совершенствования техники проводной связи и радиосвязи. Для усвоения материала книги достаточно подготовки в объеме средней школы.

Авторы: *Казарян Рафаэль Аветисович*, *Кувшинов Борис Иванович* и *Назаров Михаил Васильевич*—„Элементы общей теории связи"

* * *

Редакторы: *А. А. Харкевич и П. О. Чечик* Технич. редактор *Л. Я. Медведев*

Сдано в набор 2/VIII 1956 г. Подписано к печати 29/XI 1956 г.
Бумага 82×108 1/32 Объем 4,92 п. л. Уч.-изд. л. 5,8
Т-11806 Тираж 22 000 экз. Цена 2 р. 30 к. Заказ 1497

Типография Госэнергоиздата. Москва, Шлюзовая наб., 10.

ВВЕДЕНИЕ

Теория связи возникла как результат обобщения достижений техники связи. Чем вызвана необходимость такого обобщения?

Со времени своего зарождения и по настоящее время развитие техники связи определялось и определяется стремлением к повышению экономичности связи (т. е. к возможности передавать сообщения по каналам с возможно узкой полосой частот, по возможности быстрее и при малых затратах энергии) и качества связи (т. е. наибольшего сходства принятого сообщения с передававшимся). Однако на определенном этапе развития стали обнаруживаться непреодолимые препятствия в попытках такого рода. Так, стремление увеличить скорость передачи приводило к необходимости расширения полосы частот канала. К тому же результату приводили попытки передавать сигнал с меньшим превышением его мощности над мощностью помех в канале. Постоянные неудачи такого рода натолкнули ученых на мысль, что существуют определенные, принципиально непреодолимые пределы. Общее соотношение между шириной спектра сигнала, превышением мощности сигнала над мощностью помехи и пропускной способностью (скоростью передачи) канала было дано американским ученым Шэнноном. Оно определило верхний предел скорости передачи (пропускной способности канала) при заданных ширине полосы и превышении средней мощности сигнала над средней мощностью помехи.

Для того чтобы количественно сравнивать различные системы связи по их способности передавать сведения, необходима *мера количества сведений*.

В качестве такой меры американский ученый Хартли предложил логарифм числа возможных сообщений. Такая мера удобна при количественной оценке сведений, содержащихся в сообщениях самой различной физической природы.

Развитие техники сверхвысоких частот привело к необходимости учета особого вида помехи — так называемой

флюктуационной помехи (см. стр. 60) и в связи с этим к учению о потенциальной (предельно достижимой) помехоустойчивости (т. е. способности системы связи противостоять мешающему действию помехи).

Теория потенциальной помехоустойчивости создана советским ученым Котельниковым, который установил, что для каждого вида модуляции существует определенная предельно достижимая помехоустойчивость, которая может быть достигнута (но не превзойдена) путем усовершенствования схем приемников. Теория потенциальной помехоустойчивости позволяет оценить, насколько помехоустойчивость существующих приемников близка к предельной и какие в этом направлении имеются резервы. Изучению свойств флюктуационной помехи способствовали работы Грановского, Райса, Бунимовича и др.

Одним из способов повышения экономичности связи являются системы многоканальной связи. Крупный вклад в развитие теории многоканальной связи внесен советским ученым Агеевым, разработавшим основы теории разделения сигналов.

Дальнейшее развитие теории связи сопряжено с введением в нее вероятностно-статистической точки зрения (Шэннон). Это позволило усовершенствовать меру количества сведений, предложенную Хартли, распространив ее на неравновероятные и зависимые сообщения.

Преимуществом меры количества сведений, предложенной Шэнноном, является то, что она ближе к действительным условиям, нежели мера Хартли, так как реальные сообщения, передаваемые по системам связи, представляют собой случайные процессы с неравновероятными и взаимозависимыми значениями. В значительной степени статистическая теория связи была подготовлена трудами русских и советских математиков Маркова, Ляпунова, Колмогорова, Хинчина и др. Много плодотворных идей в теории связи, высказанных в последние годы зарубежными и отечественными учеными, привело к тому, что на теперешней стадии своего развития теория связи не только обобщает достижения техники связи, но и намечает новые пути решения основных проблем связи, оказывая все большее влияние на развитие техники связи.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СВЯЗИ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Прежде всего следует определить понятие *связь*. Естественное назначение связи любого вида состоит в передаче сведений от отправителя к получателю. Связь может осуществляться сигналами различной физической природы: световыми, звуковыми, электрическими и т. п. Закономерности, даваемые общей теорией связи, будут справедливы для любого вида связи, однако главное внимание будет уделено электрической связи.

Связь осуществляется при помощи *системы связи*. Система связи состоит из передатчика и приемника, которые соединены друг с другом *линией* связи. Таким образом, линия связи представляет собой физическую среду, по которой передаются сигналы. Первоначально линией связи служила пара проводов; в современной беспроволочной связи линией является пространство, в котором происходит распространение радиоволн от передатчика к приемнику. Системы связи можно классифицировать, во-первых, исходя из физической природы сигналов, которые по ним передаются. Однако такая классификация обладает рядом недостатков, так как физическая природа сигнала не полностью отражает сущность процессов, происходящих в системе связи. Удобнее различать системы связи по характеру преобразований, которым подвергается сообщение в системе, вернее на передающей стороне системы.

Работа любой системы связи происходит так. К передатчику поступают сообщения от источника сообщений — *отправителя*. Отправителем может быть человек, автоматический аппарат и т. д. В системах телеизмерения и телеуправления отправителем служит тот или иной датчик[1].

[1] Датчиком принято называть устройство, служащее для преобразования той или иной измеряемой физической величины в сигнал (электрический, световой и т. п.).

Сообщение представляет собой совокупность сведений, которые должны быть переданы получателю, это — объект передачи. При передаче телеграммы сообщением является тот или иной текст. При разговоре по телефону в состав сообщения входит не только содержание фраз, но и интонация, ритм и подобные им свойства речи. Передатчик, как правило, преобразует сообщение в соответствующий электрический сигнал, который затем и передается по линии связи к приемнику. Это преобразование до некоторой степени обусловлено свойствами используемой линии связи и обычно выполняется в три этапа: 1) собственно преобразование первоначального сообщения в электрическую величину (типичным примером может служить микрофон, который преобразует изменения звукового давления в изменения электрического тока); 2) кодирование и 3) модуляция.

Последние два этапа преобразования подробно рассматриваются в дальнейшем.

Таким образом, с выхода передатчика в линию поступает сигнал, отображающий сообщение.

Наиболее характерным для системы связи является то, как осуществляется модуляция, и именно исходя из вида модуляции, мы и будем различать системы связи.

На другом конце линии связи имеется приемник, который производит обратное преобразование сигнала в сообщение.

Таким образом, одно и то же сообщение может быть передано по различным системам связи, но наиболее целесообразно передавать его по такой системе, которая обеспечит наиболее быструю и качественную передачу. С этой точки зрения важнейшей характеристикой системы связи является так называемая пропускная способность системы, под которой понимают количество сведений, которое можно передать по данной системе связи в единицу времени при требуемой степени точности передачи. Последняя оговорка весьма существенна. Разговаривая слишком быстро по телефону, мы получаем худшую разборчивость. Этот простой пример показывает, что при стремлении увеличить скорость передачи (иными словами, пропускную способность) точность передачи нарушается вследствие особенностей системы связи. Как будет показано далее, некоторые из причин, ограничивающих пропускную способность, принципиально могут быть устранены, однако существуют и неустранимые причины, к которым относятся главным образом помехи.

Проблему повышения пропускной способности систем связи можно назвать проблемой повышения эффективности. Эта проблема возникла вместе с рождением связи, и по существу все дальнейшее развитие теории и техники связи было направлено как раз на решение этой задачи.

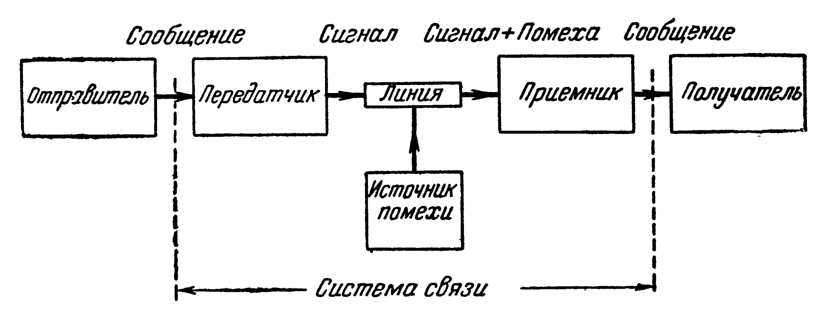
Другая, не менее важная задача — повышение точности при передаче. Дело в том, что при передаче в реальных условиях принимаемый сигнал не тождественен переданному или, иначе, сообщение, посланное отправителем, отлично от сообщения, принятого получателем. Важнейшая причина этого — помехи, которые «накладываются» на сигнал как в линии связи, так и в передатчике и приемнике. Как правило, помехи представляют собой, так же как и полезный сигнал, некоторой формы электрический процесс. Характер «наложения» помехи на полезный сигнал может быть самым разнообразным. Чаще всего сигнал, пораженный помехой, представляет собой просто сумму мгновенных значений полезного сигнала и помехи, однако не исключены и другие формы воздействия помехи. Очевидно, желательно, чтобы система связи обладала способностью противостоять вредному, мешающему воздействию помех. Эта способность зависит как от применяемого вида модуляции, так и от схемы приемника и многих других обстоятельств. Эту способность системы связи в целом противостоять мешающему воздействию помех принято называть помехоустойчивостью системы связи.

Таким образом, второй важнейшей задачей общей теории связи является повышение помехоустойчивости системы связи. Как будет показано ниже, два требования — повышение эффективности и повышение помехоустойчивости — противоречивы; повышение эффективности снижает помехоустойчивость системы и, наоборот, повысить помехоустойчивость можно только в ущерб пропускной способности системы. На практике, очевидно, разумно добиваться компромиссного решения задачи, т. е. получения наибольшей пропускной способности при заданной помехоустойчивости.

Итак, пропускная способность системы связи при заданной степени точности воспроизведения сообщения (т. е. при заданной помехоустойчивости) является мерилом сравнения различных систем связи, а задача сравнения различных систем связи на базе этого критерия — одной из основных задач, с успехом решаемой общей теорией связи.

В соответствии с данными выше определениями систему связи можно представить схемой фиг. 1. Отправитель и получатель не включены в систему связи. Удобно считать, что все помехи объединены в одном источнике, который воздействует на сигнал, передаваемый по линии связи.

Следует еще отметить, что линия связи допускает одновременную передачу нескольких различных сообщений. Каждое сообщение тогда передается по своему каналу. При



Фиг. 1. Блок-схема системы связи.

этом под каналом связи понимают совокупность технических устройств, обеспечивающих независимую передачу данного сообщения по общей линии.

Таким образом, приходим к **многоканальной** связи как одному из видов повышения эффективности систем связи за счет «уплотнения» линий связи.

Поскольку при многоканальной связи по одной линии передается несколько различных сигналов, то для осуществления многоканальной связи нужно прежде всего решить проблему **разделения** сигналов, принадлежащих отдельным каналам.

Практически при многоканальной связи не удается обеспечить полную независимость передаваемых по различным каналам сообщений. Каждый канал в той или иной степени влияет на все остальные и сам подвергается воздействию с их стороны. Поэтому при многоканальной связи специфической помехой является воздействие соседних каналов. Одним из методов борьбы с подобного рода помехами является применение более совершенного способа разделения каналов.

2. ИСПОЛЬЗУЕМЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

В основе большинства методов исследования общей теории связи лежит представление процесса передачи сообщений как некоторого *случайного* процесса, развивающегося обычно во времени. Слово «случайный» подчеркивает то обстоятельство, что предсказать заранее точное протекание процесса невозможно. Типичным примером случайного процесса может служить напряжение на входе приемника. Наблюдая величину напряжения в данный момент, мы не можем с полной точностью предугадать, каково будет его значение, например, минуту спустя. Это объясняется тем, что, во-первых, мы не можем точно знать, какой величины сигнал будет излучен передатчиком в интересующий нас момент времени, а, во-вторых, величина напряжения на входе подвержена изменениям благодаря воздействию случайных, не связанных с желаемой передачей электромагнитных возмущений, так называемых помех радиоприему.

Множество других примеров случайных процессов можно найти, рассматривая различные свойства большого числа молекул, заключенных в ограниченном объеме. Например, случайным образом будет изменяться во времени число молекул, ударяющихся в данную точку поверхности, или же величина пути, проходимого молекулой от столкновения до столкновения, и т. д.

Вообще можно сказать, что неопределенность, случайность исхода того или иного наблюдения объясняются тем, что мы не располагаем знанием всех условий, в которых протекает данное явление и совокупность которых определяет конечный его результат. Если некоторые из условий изменятся, то это повлияет и на результат наблюдения, который может отличаться от того, какого мы ожидаем, предполагая, что условия остались неизменными.

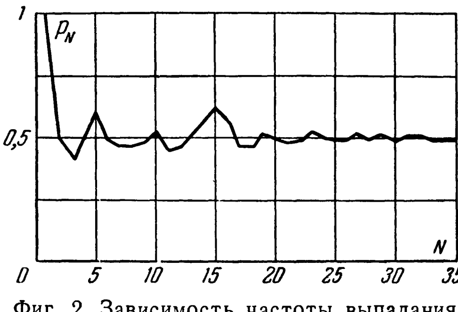
Наличие случайности результатов многократных наблюдений одного и того же явления не означает, однако, что явление или процесс не подчиняются определенным закономерностям. Оказывается, что *средние* результаты, найденные по большому числу наблюдений, очень устойчивы, постоянны. Иными словами, случайные явления и процессы подчиняются статистическим (средним) закономерностям. Средние величины в случае массовых событий служат обобщающими характеристиками, отражающими закономерности, которым подчиняется не отдельное событие, а вся их совокупность.

Закономерности, присущие случайным явлениям и процессам, изучаются теорией вероятностей, с основными понятиями которой и следует теперь познакомиться читателю.

Типичным случайным событием служит выпадание герба или решетки при многократном бросании монеты. Подбросим монету и будем отмечать, сколько раз выпал герб. Если монета подбрасывалась N раз, а герб выпал n раз, то отношение

$$\frac{n}{N}=p_N \qquad (1)$$

принято называть **частотой** события, состоящего в выпадании герба.



Фиг. 2. Зависимость частоты выпадания герба от числа испытаний.

Повторяя опыт большое число раз и подсчитывая всякий раз частоту выпадания герба p_N, можем построить график, подобный изображенному на фиг. 2.

Статистическая устойчивость проявляется в том, что при увеличении числа опытов N большие отклонения частоты p_N от некоторого постоянного значения p становятся все менее вероятными. Когда число опытов N становится очень большим (N неограниченно растет), значительные отклонения частоты p_N от некоторого среднего уровня p практически отсутствуют, хотя какие-то незначительные колебания p_N все еще имеют место. В этом случае значение p называется **вероятностью** события „выпадание герба".

Практически удобно считать, что все возможные значения вероятности могут лежать в пределах $0 \div 1$, т. е.

$$0 \leqslant p \leqslant 1.$$

Вероятность 0 приписывается невозможному событию. Достоверное (т. е. обязательно происходящее) событие имеет вероятность 1. В рассмотренном примере с бросанием монеты вероятность выпадания герба (если монета обычная) равна $^1/_2$.

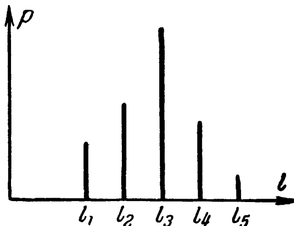
Если при повторении данного опыта можем получить несколько результатов, то такое случайное явление мож-

но характеризовать **распределением вероятностей**.

Пусть, например, мы многократно производим измерение длины какого-либо образца обычной линейкой. Тогда при каждом измерении мы будем получать определенный результат. Положим, что при N измерениях результат l_1 получился n_1 раз, результат l_2—n_2 раз и т. д.

При неограниченном увеличении N получим соответствующие вероятности: для l_1—p_1, для l_2—p_2 и т. д.

Теперь мы можем построить график, называемый распределением вероятностей, отложив по горизонтальной оси возможные результаты измерения, а по вертикали — соответствующие им вероятности. Подобный график представлен на фиг. 3.



Фиг. 3. Распределение вероятностей дискретной случайной величины.

Важным свойством распределения вероятностей является следующее:

$$p_1 + p_2 + p_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{k} p_i = 1, \qquad (2)$$

т. е. сумма вероятностей всех возможных исходов испытания равна единице. Этим свойством можно воспользоваться для определения вероятности одного или нескольких исходов испытания, если вероятности остальных исходов известны.

Приведем пример, который является несколько искусственным (так как вероятности выбраны произвольно), однако он поясняет, как пользоваться выражением (2).

Пусть в нашем распоряжении имеется радиоприемник, обеспечивающий прием станций на трех диапазонах: длинноволновом, средневолновом и коротковолновом. Пусть далее известно, что вероятность того, что радиоприемник используется для приема станций коротковолнового диапазона, составляет 0,25; вероятность того, что радиоприемник работает для приема станций длинноволнового диапазона, равна 0,15. Располагая знанием этих двух вероятностей и зная также, что иных, кроме указанных, диапазонов приемник не имеет, мы можем из выражения (2) найти, что вероятность того, что радиоприемник используется для приема станций средневолнового диапазона, равна

$$1 - 0{,}25 - 0{,}15 = 0{,}6.$$

Числовой характеристикой случайной величины может служить **среднее значение** или математическое ожидание, определяемое как

$$M(\xi)=\lim_{N\to\infty}\left(\frac{n_1}{N}\xi_1+\frac{n_2}{N}\xi_2+\ldots+\frac{n_i}{N}\xi_i+\ldots\right)=\sum_N p_i\,\xi_i. \qquad (3)$$

Здесь, как и раньше, $\frac{n_i}{N}$ — частота данного i-того события: p_i — вероятность i-того события: ξ — исследуемая случайная величина.

Выражение в скобках есть не что иное, как среднее арифметическое значение величины ξ. Следовательно, математическое ожидание есть предел среднего арифметического, когда число наблюдений безгранично растет ($N\to\infty$).

Пусть мы наблюдаем показания амперметра, измеряющего ток в некоторой цепи. Для простоты полагаем, что ток может меняться не непрерывно, а ступенчато, и иметь пять значений: 0; 1; 2; 3 и 4 *а*. Вероятность того, что, производя отсчет, мы обнаружим показание 0 *а*, пусть равна 0,1; вероятность отсчета 1 *а* равна 0,2; вероятности оставшихся значений равны соответственно 0,4; 0,25 и 0,05. Сумма этих вероятностей равняется единице. Найдем среднее значение тока в цепи. Подставляя необходимые значения в выражение (3), получим

$$M(I)=\sum_N p_i I_i=0{,}1\cdot 0+0{,}2\cdot 1+0{,}4\cdot 2+0{,}25\cdot 3+0{,}05\cdot 4=1{,}95\ a.$$

Как видим, в данном примере среднее значение весьма близко к наиболее вероятному. Не следует, однако, думать, что так будет всегда. Это произошло потому, что исследуемое распределение вероятностей почти симметрично относительно наивероятнейшего значения случайной величины. Если бы оно было строго симметрично [например: $p(0)=p(4)=0{,}1$; $p(1)=p(3)=0{,}2$; и $p(2)=0{,}4$], то, как нетрудно убедиться, среднее и наивероятнейшее значения имели бы одну и ту же величину. В общем случае распределение вероятностей может быть несимметричным и наивероятнейшее и среднее значения случайной величины могут значительно отличаться друг от друга.

Часто операцию усреднения обозначают чертой над случайной величиной. Тогда среднее значение случайной величины запишется в виде $\overline{\xi}$.

Среднее значение случайной величины показывает тот средний уровень, относительно которого могут колебаться возможные значения случайной величины. Для числовой оценки самих этих колебаний используется **дисперсия** случайной величины, обозначаемая обычно через $D(\xi)$ и равная

$$D(\xi)=M(\xi^2)-M^2(\xi). \qquad (4)$$

Таким образом, для вычисления дисперсии мы должны знать среднее значение (математическое ожидание) исследуемой случайной величины ξ и среднее значение квадрата этой величины, т. е. среднее значение величины ξ^2.

Дисперсия случайной величины показывает, сколь сильно в среднем случайная величина отклоняется от своего среднего значения $\overline{\xi}$. Однако она оценивает эти отклонения в квадратичной мере. В самом деле, среднее значение ξ^2 есть квадрат некоторого значения ξ, измеряемого в единицах ξ; квадрат среднего значения ξ есть также некоторое число $\overline{\xi}$, возведенное в квадрат. Таким образом, дисперсия имеет размерность, равную размерности квадрата случайной величины. Например, если случайной величиной является ток, измеряемый в амперах, то размерность $\overline{\xi}$ будет ампер, размерность $M^2(\xi)$ будет a^2, размерность ξ^2 будет a^2, размерность $M(\xi^2)$ будет также a^2 и, следовательно, размерность $D(\xi)$ оказывается a^2.

Необходимость использования квадратичной меры для оценки отклонений следует из того, что среднее значение отклонений случайной величины может оказаться равным или близким к нулю, так как отдельные отклонения могут быть как положительными, так и отрицательными и в среднем будут компенсировать друг друга. Квадраты же как отрицательных, так и положительных величин всегда положительны. Поэтому при использовании квадратичной меры отклонений компенсации не произойдет и все отклонения будут учтены.

Величина, равная квадратному корню из дисперсии, называется **среднеквадратичным отклонением** и обозначается σ. Таким образом,

$$\sigma = \sqrt{D(\xi)} = \sqrt{M(\xi^2) - M^2(\xi)}. \tag{5}$$

Размерность среднеквадратичного отклонения σ, как нетрудно видеть, совпадает с размерностью случайной величины ξ.

Посмотрим теперь, какой физический смысл приобретают дисперсия $D(\xi)$ и среднеквадратичное отклонение σ, если исследуемыми случайными величинами являются электрическое напряжение на нагрузке или ток через нагрузку, сопротивление которой равно 1 *ом*.

Возвратимся к тому примеру, где мы определяли среднее значение тока. Предполагаем, что $R_н = 1$ *ом*. Тогда среднее значение $M(I)$ дает значение постоянной составляющей тока, а квадрат среднего значения, т. е. $M^2(I)$, — мощность этой постоянной составляющей.

Поскольку полная средняя мощность равна среднему значению мгновенных мощностей, т. е. $\overline{I^2}$, то дисперсия (при $R_н = 1$ *ом*) оказывается равной мощности колебаний тока относительно своего среднего значения. Таким образом, дисперсия равна средней мощности переменной составляющей тока I.

В частности, когда постоянная составляющая тока [среднее значение $M(I)$] равна нулю, то дисперсия выражает всю мощность тока.

К тем же выводам мы пришли бы, рассматривая напряжение на нагрузке 1 *ом*. Читатель без труда может проделать все необходимые рассуждения сам.

Что касается физического смысла среднеквадратичного отклонения σ, то его величина дает действующее значение переменной составляющей тока или напряжения.

Следовательно, если рассматриваемой случайной величиной служит ток или напряжение, а сопротивление нагрузки равно 1 *ом*, то

$M(\xi)$ — постоянная составляющая;
$M^2(\xi)$ — мощность постоянной составляющей;
$D(\xi)$ — мощность переменной составляющей;
$M(\xi^2)$ — средняя полная мощность;
σ — действующее значение переменной составляющей.

В рассмотренных выше примерах случайная величина могла принимать дискретные (отдельные) значения. Однако она может изменяться и непрерывно. В этом случае вместо распределения вероятностей, состоящего из отдельных точек, получим плавную непрерывную кривую, которая называется кривой плотности вероятностей.

Наибольшую роль в вопросах передачи сообщений играет случайная величина, распределенная по так называемому нормальному закону:

$$w(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(\xi - \xi_0)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (6)$$

где e — основание натурального логарифма ($e = 2{,}71$).

График кривой нормального распределения представлен на фиг. 4.

Для того чтобы, пользуясь этой кривой, определить вероятность того, что величина ξ примет значения, лежащие в достаточно малом промежутке (ξ_1, ξ_2), надо вычислить площадь под кривой плотности вероятностей $w(\xi)$,

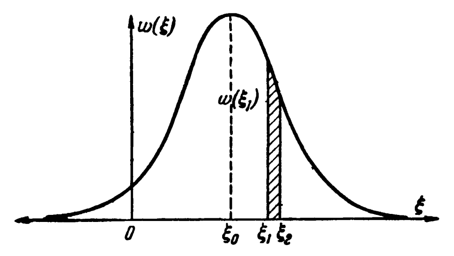
ограниченную ординатами ξ_1 и ξ_2. Она равна искомой вероятности.

Приближенно

$$p(\xi_1 < \xi < \xi_2) \approx w(\xi_1)(\xi_2 - \xi_1). \qquad (7)$$

Важными параметрами нормального распределения являются ξ_0 — среднее значение случайной величины и σ — среднеквадратичное отклонение [см. формулу (5)].

Иногда σ называют среднеквадратичной флюктуацией.



Фиг. 4. Кривая нормального распределения вероятностей.

Чаще всего нас интересует изменение случайной величины, например напряжения на входе приемника, во времени. Тогда говорят о случайном процессе. Случайный процесс называется стационарным, если его вероятностные характеристики (среднее значение, среднеквадратичное отклонение, распределение вероятностей) остаются неизменными во времени.

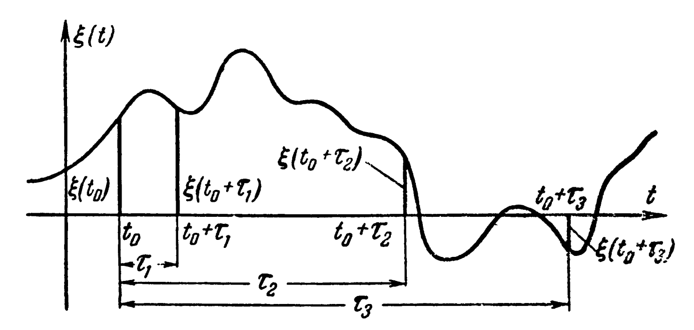
Теория стационарных случайных процессов разработана достаточно подробно благодаря трудам русских ученых Маркова, Ляпунова, Колмогорова, Хинчина и др.

Действительные случайные процессы, с которыми нам приходится иметь дело, обладают тем свойством, что значения процесса в один момент времени каким-то образом влияют на значения процесса в другие, соседние моменты времени. На языке теории вероятностей это означает, что между значениями процесса в соседние моменты времени существует взаимосвязь или корреляция. Так как процесс случайный, то при каждом его осуществлении он будет протекать по-иному, и поэтому его свойства можно описывать только в среднем (статистически) по всем возможным его протеканиям. Таким образом, как среднее значение и дисперсия, так и корреляция, отражающая взаимосвязи в случайном процессе, являются статистическими характеристиками.

Взаимосвязь между значениями процесса зависит от того интервала времени τ, на который отстоит одно рассматриваемое значение процесса от другого. Если теперь мы будем менять этот интервал времени τ от нуля в сто-

рону увеличения или уменьшения (в последнем случае τ будет отрицательным), то будет меняться и корреляция, т. е. мы получим теперь **функцию корреляции**, которую будем обозначать через $R(\tau)$.

На фиг. 5 изображен некоторый случайный процесс. Точкой t_0 отмечено начало отсчета. Рассмотрим значения случайного процесса в моменты $t_1 = t_0 + \tau_1$; $t_2 = t_0 + \tau_2$ и т. д. Очевидно, что если τ_1 близко к нулю, т. е. берутся достаточно близкие друг к другу значения процесса, то очень мало вероятно, что значение $\xi(t_0 + \tau_1)$ будет резко



Фиг. 5. Осциллограмма случайного процесса.

отличаться от $\xi(t_0)$. Этим и характеризуется взаимосвязь между $\xi(t_0)$ и $\xi(t_0 + \tau_1)$. С ростом τ эта связь ослабевает, т. е. разброс значений $\xi(t_0 + \tau)$ относительно $\xi(t_0)$ увеличивается. Наконец, при $\tau = \infty$ значения процесса $\xi(t_0)$ и $\xi(t_0 + \tau)$ оказываются совершенно некоррелированными, независимыми, т. е. значение случайной величины $\xi(t_0 + \tau)$ совершенно не зависит от того, каким было $\xi(t_0)$.

Математически функция корреляции записывается как среднее значение (по всем рассматриваемым моментам времени) произведения процесса $\xi(t)$ на его копию, сдвинутую относительно исходного процесса на время τ. Используя сокращенную запись, получим:

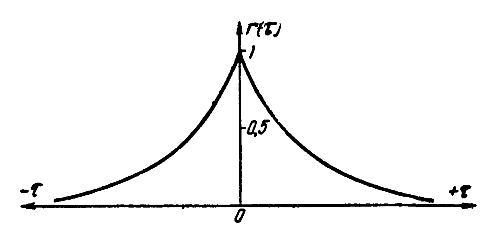
$$R(\tau) = \overline{\xi(t)\,\xi(t + \tau)}. \qquad (8)$$

Таким образом, для получения функции корреляции случайного процесса необходимо произвести следующие операции.

Сначала нужно зафиксировать каким-либо образом протекание случайного процесса, например записать его на магнитную ленту.

Затем нужно получить копию процесса, сдвинутую на время τ, и вычислить среднее значение произведения этих двух процессов по всем моментам времени. В результате этих операций получим одну точку функции корреляции, соответствующую выбранному интервалу τ. Чтобы получить всю функцию корреляции, нужно проделать те же операции для всех других значений временного сдвига τ.

В результате получим график функции корреляции случайного процесса, типичный вид которого изображен на фиг. 6.



Фиг. 6. Типичная функция корреляции случайного процесса.

Для удобства на фиг. 6 изображена так называемая нормированная функция корреляции, т. е. такая, у которой значение функции при $\tau = 0$ считается равным единице. Чтобы получить нормированную функцию корреляции из ненормированной, надо, очевидно, все полученные значения функции корреляции разделить на то ее значение, которое она имеет при $\tau = 0$. Тогда получим, что нормированная функция корреляции при $\tau = 0$ имеет значение 1, т. е. $r(0) = 1$, что и показано на фиг. 6. Это соответствует наибольшей корреляции. Тогда отсутствие корреляции, получающееся при бесконечно большом временном сдвиге $\tau = \infty$, соответствует $r(\infty) = 0$.

Исследуя два случайных процесса $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$, можно судить о том, как коррелированы между собой значения процесса $\xi_1(t)$ в момент t_0 и значения процесса $\xi_2(t)$ в моменты времени $t_0 + \tau$, т. е. $\xi_2(t_0 + \tau)$. Получающаяся при этом функция корреляции называется функцией взаимной корреляции. Во избежание путаницы иногда функцию корреляции между соседними значениями одного и того же случайного процесса называют функцией автокорреляции.

Если считать, что временной сдвиг τ равен нулю, то

$$R(\tau) = \overline{\xi(t)\xi(t)} = \overline{\xi^2(t)}.$$

Последняя величина есть не что иное, как математическое ожидание квадрата случайной величины ξ, т. е. $M(\xi^2)$. Но ранее мы уже установили, какой физический

смысл приобретает $M(\xi^2)$, когда рассматриваемым случайным процессом является ток в цепи или напряжение на сопротивлении 1 *ом*; тогда $M(\xi^2)$ численно равно средней мощности. Следовательно, значение функции корреляции при $\tau=0$ $R(0)$ оказывается численно равным средней мощности процесса.

Если процесс имеет постоянную составляющую, то функция корреляции не уменьшится до нуля при $\tau=\infty$, а будет иметь постоянное значение, равное мощности постоянной составляющей процесса. Таким образом, в этом частном случае

$$R(\infty)=M^2(\xi).$$

Можно говорить о функции корреляции и для периодического т. е. фактически неслучайного процесса. При этом оказывается, что функция корреляции будет также периодической, причем ее период равен периоду исходного процесса. Этим свойством нам придется воспользоваться в дальнейшем. Хотя функция корреляции периодического процесса имеет ту же частоту, что и исходный процесс, т. е. можно сказать, что в функции корреляции содержатся сведения о частоте периодического процесса, она **не содержит сведений о фазе этого процесса.**

Поясним это простым примером. Вычисления показывают, что в случае процесса

$$S(t)=A\sin(\omega_0 t+\varphi)$$

функция корреляции равна

$$R(\tau)=\overline{S(t)\,S(t+\tau)}=\frac{A^2}{2}\cos\omega_0\tau,$$

откуда видно, что фазовый угол φ не входит в выражение функции корреляции.

В более общем случае

$$S(t)=A_1\sin(\omega_0 t+\varphi_1)+A_2\sin(2\omega_0 t+\varphi_2)+\ldots=$$
$$=\sum_{n=1}^{N}A_n\sin(n\omega_0 t+\varphi_n).$$

Для такого периодического процесса функция корреляции равна

$$R(\tau)=\sum_{n=1}^{N}\frac{A_n}{2}\cos(n\omega_0\tau),$$

т. е. опять-таки сведения о фазе гармонических составляющих исходного процесса не содержатся в функции корреляции. Поэтому, зная функцию корреляции процесса, нельзя по ней восстановить исходный процесс. Это лишний раз подчеркивает то обстоятельство, что функция корреляции является статистической величиной, характеризующей свойства ансамбля в среднем.

Еще одним важным свойством функции корреляции является то, что она вполне определенным, однозначным образом связана с частотным спектром мощности данного процесса. Это позволяет определить функцию корреляции, если известен спектр мощности процесса, и, наоборот, по функции корреляции определить спектр мощности процесса.

Например, если спектр мощности процесса равномерен до частоты Ω, то функция корреляции этого процесса выражается функцией

$$R(\tau) = P\frac{\sin \Omega\tau}{\Omega\tau}.$$

Поскольку в общем случае случайные процессы имеют непрерывные, а не дискретные спектры, то их интенсивность (т. е. ординаты спектра) выражается плотностью мощности, приходящейся на единицу ширины полосы спектра. Спектр мощности, так же как и функция корреляции, не позволяет найти по нему исходный процесс, так как в нем не содержатся сведения о фазе отдельных гармонических составляющих.

ГЛАВА ВТОРАЯ
СООБЩЕНИЯ и СИГНАЛЫ

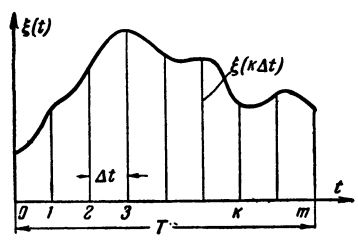
3. ТИПЫ СООБЩЕНИЙ

Совершенно ясно, что источники сообщений, т. е. отправители, могут быть самыми различными по своим физическим свойствам. Различны будут и образуемые ими сообщения. Однако представляется возможным все многообразие сообщений разбить на две группы: 1) дискретные сообщения и 2) непрерывные сообщения.

Типичным примером дискретного сообщения является текст, передаваемый по телеграфу. Сообщение представляет собой последовательность отдельных (отсюда название дискретное) букв, а сигнал — последовательность точек, тире и пауз.

Здесь следует указать, что передачу знаков дискретного сообщения можно свести к передаче соответствующим об-

разом выбранных чисел. Мы можем, руководствуясь заранее известным правилом, заменить каждый символ (знак) сообщения определенным числом (например, электрическим импульсом высотой k единиц) или известной комбинацией чисел. Тогда электрическим отображением дискретного сообщения будут служить импульсы (числа) напряжения или тока различной высоты.



Фиг. 7. Примерная функция непрерывно меняющегося сообщения.

В случае телефонной связи имеем дело с непрерывно изменяющимся во времени сообщением, каковым является изменение звукового давления на мембране микрофона (фиг. 7). Сигнал оказывается также непрерывно изменяющимся. Подобную же картину мы имеем в телевидении, где сообщением служит непрерывно изменяющаяся яркость по строке.

На первый взгляд может показаться, что различия между дискретными и непрерывными сообщениями исключают всякую возможность общих методов их анализа, в частности для определения таких важных величин, как количества сведений или пропускной способности. Однако это не так, поскольку в реальных условиях как дискретные, так и непрерывные сообщения (вернее, соответствующие им электрические сигналы) имеют одно общее свойство, заключающееся в том, что спектр их ограничен.

При этом условии, как было установлено Котельниковым в 1933 г., функция, описывающая сообщение на конечном интервале времени, полностью определяется некоторым количеством чисел (m).

Рассмотрим сообщение длительностью T, которое описывается функцией, представленной на фиг. 7. Известно, что спектр этой функции ограничен частотой f_c. Тогда, если отсчеты производятся через интервалы времени

$$\Delta t = \frac{1}{2f_c}, \tag{9}$$

то непрерывная функция сообщения может быть полностью восстановлена по

$$m = \frac{T}{\Delta t} = 2f_c T \tag{10}$$

значениям. В качестве этих значений удобнее всего взять значения самой функции $\xi(k\Delta t)$ в моменты времени, отстоящие один от другого по времени на Δt (k — номер отсчета; меняется от 1 до m). Если же отсчитывать значения через больший, чем $\frac{1}{2} f_c$, интервал $\Delta t'$, то полностью восстановить непрерывную функцию не удастся; с другой стороны, если $\Delta t'' < \frac{1}{2f_c}$, то некоторые значения дискретной последовательности, заменяющей непрерывную функцию, являются избыточными в том смысле, что точное восстановление непрерывной функции возможно и без их участия.

Это замечательное свойство функций с ограниченным спектром составляет содержание одной из основных теорем общей теории связи, известной как «теорема Котельникова».

Теорема Котельникова позволяет любое непрерывное сообщение с ограниченным спектром представить последовательностью коротких импульсов. Требование ограниченности спектра выполняется для всех реальных источников сообщений и поэтому не является слишком тяжелым. В самом деле, наши органы речи и слуха могут производить и соответственно различать звуки в пределах от ~ 30 *гц* до ~ 12 *кгц*.

Из теоремы Котельникова следует, что произведение

$$\Delta t \cdot 2f_c = 1. \qquad (11)$$

Этим соотношением широко пользуются при расчете различного рода систем импульсной связи.

4. КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ СВЕДЕНИЙ

Для объективной оценки свойств различных систем связи, например их пропускной способности, необходимо каким-то образом измерить то количество сведений, которое передается по данной системе за определенное время. Поэтому возникает вопрос, что взять за единицу измерения. Например, в случае телеграфа количество сведений можно было бы измерять количеством знаков, передаваемых за определенное время. На практике так и измеряют пропускную способность телеграфа, именно как отношение числа переданных за данное время элементарных знаков (например, точек) ко времени передачи. Однако эта мера не

годится для случая телевидения и других видов связи, когда передаются непрерывные сообщения и соответствующие непрерывные электрические сигналы. С другой стороны, совершенно ясно, что удобной в обращении эта мера будет только тогда, когда ее можно использовать для оценки пропускной способности всех систем независимо от того, дискретные или непрерывные сообщения по ним передаются. Иными словами, количественная мера сведений должна быть универсальной, общей для всех сообщений.

Здесь нам на помощь приходит теорема Котельникова. Воспользовавшись ею, мы можем представить непрерывное сообщение последовательностью дискретных знаков (электрических импульсов), и тогда положение будет в точности таким же, как и в случае телеграфа.

Цель любого рода связи состоит в передаче вполне определенных сведений от отправителя к получателю. При рассмотрении реальной обстановки станет ясно, что количество сведений, которое мы могли бы «вложить» в данное сообщение, зависит от общего количества чисел, из которых мы можем формировать данное сообщение. Можно себе представить, что чем более обширным набором чисел мы располагаем, тем более подробно мы можем описать данную ситуацию. Чтобы убедиться в этом, достаточно сравнить, например, две фотографии одного и того же предмета, одна из которых передает только две градации яркости: черный и белый тона, а другая — все возможные оттенки. Ясно, что в первом случае наше представление о предмете будет грубым. Вторая же фотография даст нам более подробное, более полное представление о предмете, т. е. мы получим о нем большее количество сведений.

Каким же образом происходит образование сообщения источником? В распоряжении источника сообщений обычно имеется вполне определенное количество элементарных символов (букв, знаков, чисел), из которых и составляется сообщение. Всю совокупность этих символов принято называть ансамблем. Обозначим это количество символов через n. При передаче сообщения в форме письменного текста ансамбль элементарных символов состоит из всех букв алфавита. Отправитель записывает свое сообщение побуквенно. В соответствии со смыслом сообщения он выбирает из ансамбля один возможный символ, затем — другой и т. д., пока все подлежащее передаче сообщение не претворится в письменный текст. Таким образом, образование сообщения происходит в результате последовательных

выборов одного из символов из общего числа n возможных, которыми располагает данный источник.

Посмотрим теперь, каково общее число всех возможных сообщений, которое можно получить от данного источника. Количество их зависит как от общего числа возможностей n, так и от числа последовательных выборов. Если данное сообщение является результатом двух последовательных выборов из 32 букв алфавита, то общее число всех возможных двухбуквенных сочетаний равно $32^2 = 1\,024$. Возможных трехбуквенных комбинаций будет $32^3 = 32\,768$ и т. д.

Вообще число возможных комбинаций (сообщений), если сделано m выборов из n возможных, равно

$$N = n^m, \qquad (12)$$

где m — количество последовательных выборов.

Можно ли использовать в качестве меры количества сведений это число N?

В реальных системах n обычно имеет некоторое фиксированное для данной системы значение. Число выборов m растет с увеличением длительности передачи; оно пропорционально «длине» сообщения. Таким образом, количество сведений, измеряемое числом N, росло бы по показательному закону по мере увеличения числа выборов m. Вклад результата каждого выбора в общее количество сведений возрастал бы по тому же закону. Однако на самом деле результаты каждого выбора равноценны. Мы интуитивно чувствуем, что если телеграмма вдвое длиннее, то и сведений она может нести вдвое больше. Следовательно, использование этого числа N в качестве меры количества сведений не является удобным.

Подходящей мерой является не N, а $\log N$. Таким образом, количество сведений можно определить как

$$I = \log_a N = \log_a n^m = m \log_a n. \qquad (13)$$

Значение единицы количества сведений будет зависеть от того, какое основание a взято у логарифма. Удобно взять в качестве основания системы логарифмов число 2. Тогда

$$I = m \log_2 n.$$

Если выбор производится из двух равновозможных значений ($n = 2$), то количество сведений будет просто равно числу выборов m (так как $\log_2 2 = 1$).

Выше мы молчаливо предполагали, что все выборы равновероятны и независимы. Это, в частности, означает, что если один из символов ансамбля выбран, то результатом последующего выбора может оказаться любой из n символов вне зависимости от того, какой символ был выбран перед ним. Ясно, что в большинстве случаев реальные источники формируют сообщение не так. Поэтому формулой (13) можно пользоваться для подсчета количества сведений только в тех случаях, когда заведомо известно, что все выборы равновероятны и независимы, а также для прикидочных расчетов, когда неизвестны статистические соотношения, влияющие на формирование сообщений данным источником.

Возвратимся опять к сообщению в виде письма, содержащего осмысленный текст. Если какое-либо слово этого сообщения начинается с гласной, то очень мало вероятно, что следующая буква будет также гласной; вероятнее, что это будет одна из согласных. Это означает, что результат одного выбора влияет на последующий выбор, т. е. между последовательными выборами существует зависимость. Причина этой зависимости лежит в структуре языка. Нетрудно показать, что в этом случае выборы оказываются и неравновероятными, т. е. вероятности, с какими отдельные буквы встречаются в данном сообщении, различны. Поэтому формула для количества сведений, когда выборы неравновероятны и зависимы, будет отличаться от приведенной ранее. Сложность формулы не дает возможности рассмотреть ее здесь; мы приведем более простую формулу для количества сведений, учитывающую лишь неравновероятность выборов. В этом случае количество сведений равно:

$$I = -m \sum_{i=1}^{n} p(i) \log_2 p(i), \qquad (14)$$

где $p(i)$ — вероятность выбора i-того символа;
n — число возможностей для выбора;
m — количество последовательных выборов.

Интересно сопоставить количество сведений, передаваемое сообщением одинаковой длины (т. е. с одним и тем же m), полученным от двух источников, работающих в соответствии с двумя описанными схемами, а именно: 1) когда все выборы равновероятны и 2) когда выборы неравновероятны.

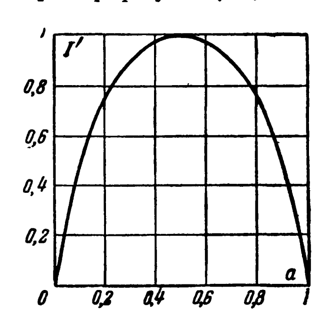
Условие независимости результатов выборов удовлетворяется в обоих случаях.

Пусть имеется всего два символа: A и B, выбор которых равновероятен, т. е. вероятность выбора символа A соответствует $p(A)=0,5$ и вероятность выбора символа B соответствует $p(B)=0,5$.

Это означает, что в достаточно длинной последовательности символы A и B встречаются одинаково часто.

Тогда количество сведений в сообщении, состоящем из m последовательных выборов, равно [по формуле (14)]:

$$I=-m(0,5\log_2 0,5+$$
$$+0,5\log_2 0,5)=m.$$



Фиг. 8. Кривая зависимости содержательности от вероятности одного из символов.

Определим количество сведений, приходящееся на один последовательный выбор, или один символ сообщения.

Оно равно:

$$I'=\frac{I}{m}. \qquad (15)$$

Эту величину называют **содержательностью**, что представляется удачным применительно к сообщениям; когда же речь идет о совокупности вероятностей, то величину (15) называют **энтропией** H этой совокупности.

В рассматриваемом случае содержательность равна:

$$I'=\frac{m}{m}=1.$$

Если $p(A)\neq p(B)$, то количество сведений, а следовательно, и содержательность сообщения, изменятся. Пусть $p(A)=a$; $p(B)=1-a$. Тогда

$$I'=-[a\log_2 a+(1-a)\log_2(1-a)].$$

Зависимость I' от a показана на фиг. 8.

Из рассмотрения фиг. 8 можно сделать интересные выводы.

Во-первых, видно, что когда один из символов имеет вероятность 1, то количество сведений, содержащееся в сообщении, составленном из этих символов, оказывается равным нулю. Иными словами, количество сведений равно

нулю в случае, когда неопределенность выбора того или иного символа отсутствует.

Во-вторых, количество сведений при данном m оказывается наибольшим, когда все выборы равновероятны [в данном случае при $p(A) = p(B) = 0{,}5$]. Это соответствует состоянию наибольшей неопределенности, так как ни одному из символов не отдается предпочтения перед другими. Если условие равновероятности нарушается, то количество сведений становится меньшим.

Таким образом, если вероятности выборов отдельных символов различны, то количество сведений, содержащееся в сообщении, будет меньше того количества сведений, которое было бы при равновероятности выбора символов.

Взаимозависимость, существующая между отдельными символами сообщения, еще более снижает количество сведений, так как в какой-то мере уменьшается неопределенность выбора последующего символа, если предшествующий ему символ уже выбран.

Итак, количественной мерой сообщений служит логарифм при основании два от числа возможных комбинаций, составленных в результате m выборов из n возможных. Количественное измерение сообщений является основой для сравнения показателей различных систем связи. Зависимость количества сведений от распределения вероятностей символов — одна из основных закономерностей, открытие которой стало возможным благодаря вероятностной трактовке процесса формирования сообщений.

5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СООБЩЕНИЯ В СИГНАЛ

Подлежащие передаче сообщения, как правило, являются объектами неэлектрической природы. Так, например, текст представляет собой совокупность символов (букв и знаков препинания), звук — изменение во времени давления, движущееся изображение — изменение освещенности во времени и т. д. По линиям же связи можно передавать лишь электрические отображения сообщений — сигналы. Поэтому преобразование сообщения в сигнал является необходимым при передаче. Какие же операции лежат в основе образования сигнала?

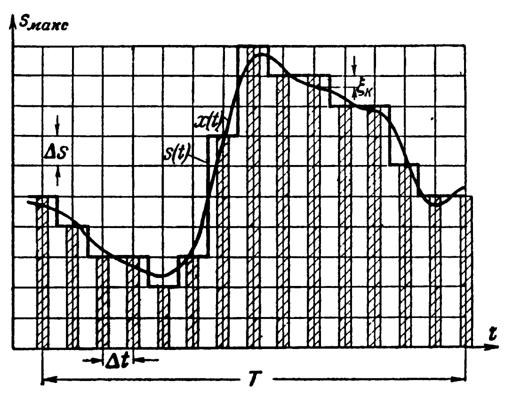
Прежде всего нужно преобразовать сообщение в процесс электрический. Эта операция осуществляется при помощи таких устройств, как, например, микрофон — при передаче речи или музыки, фотоэлемент — при передаче фототелеграмм или телевизионных изображений. На выходе этих и

им подобных устройств получаются электрические токи или напряжения, соответствующие передаваемым сообщениям — каждое сообщение получает свое «электрическое отображение». Однако это еще не есть сигнал, который будет передаваться по линии связи. Дело в том, что по каждой линии связи могут эффективно распространяться не всякие электрические процессы. По проводной или кабельной линии наиболее легко проходят постоянный ток и переменные токи сравнительно низких частот, по радиолинии эффективно распространяются только электромагнитные колебания высоких частот. Поэтому для образования сигнала нужно располагать так называемым переносчиком — электрическим или электромагнитным процессом, способным распространяться именно по линии связи данного вида. В качестве переносчиков можно использовать постоянный или переменный ток — при передаче по проводным линиям связи, а также электромагнитные волны — при радиопередаче. Свойства переносчика характеризуются его параметрами. Так, параметрами постоянного тока являются направление и величина (сила) тока; синусоидальные электрические и электромагнитные колебания характеризуются амплитудой, частотой и фазой.

Создание переносчика — это только подготовительный этап в процессе образования сигнала. До тех пор, пока параметры переносчика остаются неизменными, мы не можем передавать никаких сведений, кроме тех, что передатчик включен и переносчик подготовлен к передаче сообщений. Теперь нужно как-то «нагрузить» переносчик сообщением. С этой целью будем так изменять один из параметров переносчика, чтобы каждое из возможных сообщений однозначно отображалось значениями изменяемого параметра. В этом и заключается физический смысл процесса, который обычно называется модуляцией. Переносчик, параметры которого модулируются, т. е. изменяются в соответствии с сообщением, называется сигналом. Если, например, изменять амплитуду колебания несущей частоты радиопередатчика, получим амплитудно-модулированный сигнал. Модулированный сигнал затем излучается антенной передатчика в окружающее пространство и распространяется к антеннам радиоприемников.

При передаче сообщений в виде непрерывных функций времени $x(t)$ параметры модулируемого переносчика изменяются также непрерывно. В этом случае, однако, к преобразователю сообщения в его электрическое отображение —

сигнал предъявляются дополнительные требования. Будем считать, например, что $x(t)$ изображает изменение во времени звукового давления. Микрофон преобразует эти изменения звукового давления в соответствующие изменения электрического тока. Основным требованием, предъявляемым, к микрофону, является обеспечение наиболее точного совпадения изменений функции сообщения $x(t)$ и электрического отображения $s(t)$.



Фиг. 9. Приближенная замена непрерывной функции сообщения ступенчатой кривой (квантование).

Из теоремы Котельникова известно, что для точного отображения функции сообщения достаточно располагать мгновенными значениями этой функции, отсчитанными через равные интервалы времени Δt. Приняв эти мгновенные значения, можно в точности восстановить функцию переданного сообщения.

Нужно помнить, однако, что в реальных условиях при передаче сигналов всегда имеются помехи, которые накладываются на сигналы и снижают точность отсчетов. Поэтому всегда имеется некоторая вероятность того, что принятый сигнал будет отличаться от переданного. Эта вероятность тем больше, чем сильнее действие помех. Поэтому мы с самого начала можем с некоторым приближением заменить непрерывную функцию сообщения последовательностью равноотстоящих мгновенных значений с дискретными уровнями (фиг. 9). При этом каждое мгновенное значение непрерывной функции $x(t)$ заменяется ближайшим по величине дискретным значением ступенчатой функции $s(t)$. Такая операция называется квантованием. Высота ступеньки Δs, или «шаг квантования», выбирается, исходя из за-

данной точности отсчетов функции $x(t)$ и мощности шума в канале. Высота ступеньки при квантовании выбирается так, чтобы исключить мешающее действие помех в канале связи. Но замена непрерывной функции ступенчатой неизбежно сопровождается новым видом помех — шумом квантования ξ_k. Шум квантования есть не что иное, как разность между истинными значениями функции сообщения и ее приближенными дискретными значениями.

На первый взгляд может показаться, что введение квантования заведомо приводит к ухудшению качества передачи, ибо шум квантования принципиально неустраним. Однако преимущества передачи квантованных сигналов сразу становятся очевидными, если обратиться к системам дальней связи с переприемом сигналов в промежуточных пунктах (ретрансляционным линиям). Обычно высоту ступеньки выбирают в несколько раз большей возможного пикового значения помех. При передаче квантованных сигналов действие помех проявляется только тогда, когда их пиковое значение превышает половину шага квантования. Помехи вовсе не будут влиять на точность отсчетов, если высота ступеньки всегда превышает удвоенное пиковое значение помех. Это означает, что введение квантования позволяет защитить сигнал от действия помех в линии связи. В самом деле, ведь если шаг квантования выбран хотя бы вдвое бо́льшим уровня помех, то приемник будет реагировать только на ближайшие дискретные уровни. Действие помех линии, наложенных на сигнал, при этом будет исключено. В месте приема снова получим точные значения дискретных уровней квантованного сигнала. При передаче с ретрансляцией в каждом переприемном пункте квантованный сигнал очищается от помех и снова передается в линию. В этом случае в отличие от передачи непрерывных сигналов применение квантования позволяет устранить накопление помех с увеличением числа переприемов (т. е. дальности связи).

Обратим внимание на тот факт, что в реальных условиях полностью освободиться от помех путем введения квантования не удается. Дело в том, что для безошибочной передачи необходимо, чтобы пиковое значение помехи никогда не превосходило половины шага квантования Δs. Но помехи имеют случайный характер. Вовсе не исключено появление сколь угодно большого уровня помех, при котором может произойти ошибка. Вероятность возникновения ошибки тем больше, чем меньше шаг квантования. Обычно задача сво-

дится к такому выбору высоты ступеньки Δs, при которой обеспечивается допустимая вероятность ошибки при передаче сообщений. При флюктуационных помехах со средним значением σ, имеющих нормальное распределение вероятности больших пиковых значений, шаг квантования следует выбирать, исходя из условия

$$\Delta s \geqslant 10\,\sigma.$$

Вернемся к рассмотрению процесса преобразования сообщения в сигнал.

Модуляция может осуществляться не только путем непосредственного воздействия сообщением на параметры переносчиков, но также в соответствии с определенным кодом.

Как мы уже знаем, любое сообщение независимо от того, является ли оно дискретным или непрерывным, может быть передано последовательностью чисел. В свою очередь любое число можно представить комбинацией различимых элементов. Под элементами кода понимаются различные элементарные сигналы. Элементарные сигналы должны обладать такими свойствами, чтобы приемное устройство было в состоянии достоверно отличать один элементарный сигнал от другого. Все это позволяет рассматривать код как набор комбинаций, составленных из различимых элементарных сигналов.

Согласно коду каждой букве, цифре или вспомогательному знаку передаваемого текста (или другого квантованного сообщения) приводится в однозначное соответствие определенный сигнал, образованный комбинацией элементов кода — элементарных сигналов.

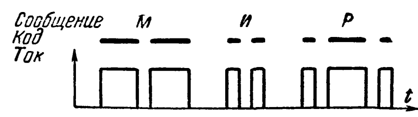
Так, например, одну и ту же букву текста можно передавать разными сигналами в зависимости от выбранного кода. При передаче кодом Морзе каждой буквы приводятся в соответствие различные комбинации длинных и коротких электрических посылок (точек и тире); те же буквы можно передавать и посылками одинаковой длительности, изменяя лишь сочетание посылок (равномерный код Бодо). В общем случае, если до модуляции подвергнуть электрическое отображение сообщения дополнительной обработке, называемой кодированием, то в результате преобразования мы можем получить различные сигналы для отображения одного и того же сообщения. Операция кодирования часто используется для согласования характеристик сигнала с характеристиками линии связи.

Итак, в общем случае процесс преобразования сообщения в сигнал по существу состоит из трех операций:

1) получения электрического отображения сообщения— объекта неэлектрической природы:

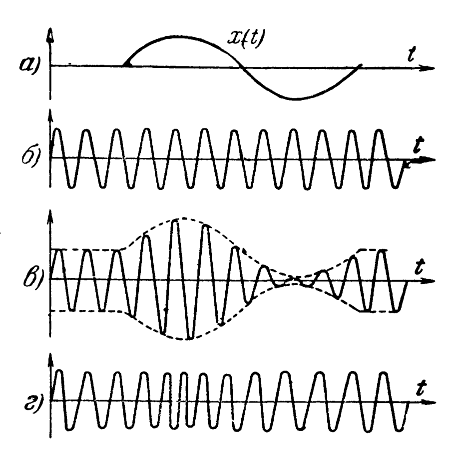
2) кодирования — дополнительной операции, необходимой для построения сигнала в соответствии с определенной комбинацией элементов кода;

3) модуляции — воздействия на параметры переносчика в соответствии с сообщением.



Фиг. 10. Преобразование сообщения (текста) в соответствующие посылки тока посредством кода Морзе.

Пусть, например, нам нужно передать по радио телеграмму. Каждую букву текста телеграфный аппарат преобразует в определенную кодовую комбинацию (например, комбинацию точек и тире — при передаче кодом Морзе) посылок тока (фиг. 10). В данном случае телеграфный аппарат выполняет операции отображения текста в кодированные электрические посылки. В качестве переносчика при радиопередаче используются колебания высокой частоты — «несущая частота». Для образования сигнала переносчик нужно промодулировать, т. е. изменить его параметры в соответствии с кодовой комбинацией точек и тире.

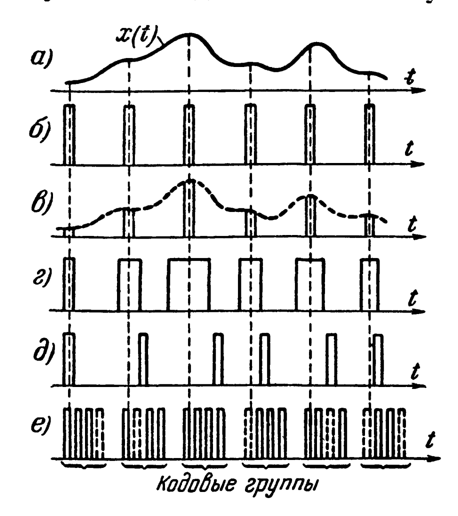


Фиг. 11. Осциллограммы колебаний, модулированных по амплитуде или частоте.

а — функции сообщения; *б* — переносчик, несущая часть; *в* — переносчик, промодулированный по амплитуде; *г* — переносчик, промодулированный по частоте.

Если в качестве переносчика используется постоянный ток, то можно производить модуляцию путем изменения величины тока и его направления. При модуляции переносчика при радиопередаче используют амплитудную, частотную или фазовую модуляцию в соответствии с тем, на какой из параметров синусоидального колебания (амплитуду, часто-

ту или фазу) производится воздействие (фиг. 11). В качестве переносчика можно также использовать последовательность импульсов постоянного тока (фиг. 12,*б*). Изменяя в соответствии с сообщением параметры импульсной последовательности (амплитуду, частоту повторения, длительность), получим различные виды импульсной модуляции: амплитудно-импульсную модуляцию АИМ (фиг. 12,*в*), модуляцию по длительности импульсов ДИМ (фиг. 12,*г*), модуляцию положения импульса во времени — фазово-импульсную модуляцию ФИМ (фиг. 12,*д*) или импульсно-кодовую модуляцию ИКМ (фиг. 12,*е*).



Фиг. 12. Осциллограммы различных видов импульсной модуляции.

а — функция сообщения; *б* — переносчик — последовательность импульсов; *в* — модуляция импульсов по амплитуде (АИМ); *г* — модуляция импульсов по длительности (ДИМ); *д* — модуляция импульсов по положению во времени (фазово-импульсная модуляция—ФИМ); *е*—импульсно-кодовая модуляция (ИКМ).

Импульсно-кодовая модуляция (ИКМ) качественно отличается от упомянутых видов модуляции; при ИКМ параметры импульсной последовательности остаются неизменными, а различимые (квантованные) значения функции сообщения передаются посредством различных комбинаций импульсов — кодовых групп.

Если в качестве переносчика использовать последовательность радиоимпульсов, т. е. импульсов высокой частоты, то, кроме модуляции этих импульсов по амплитуде, длительности, частоте следования, можно осуществить модуляцию самой несущей частоты. В каждом случае передаваемое сообщение отображается в виде изменений какого-нибудь параметра переносчика.

Из приведенных примеров следует, что в процессе преобразования каждому сообщению соответствует свой сигнал — переносчик, параметры которого промодулированы сообщением.

Модулировать — значит изменять параметры переносчика в соответствии с сообщением.

6. ОБЪЕМ СИГНАЛА И ЕМКОСТЬ КАНАЛА

Перейдем теперь к рассмотрению взаимной связи между физическими характеристиками сигнала и свойствами линии связи, по которой сигнал должен быть передан.

Для передачи сигналов всегда отводится конечное и вполне определенное время. Поэтому сигнал, переносящий необходимые сведения, целесообразно характеризовать его длительностью T_c сек. Далее, в результате модуляции переносчика всегда возникает определенный частотный спектр сигнала шириной F_c *гц*. Ширина спектра сигнала зависит от способа модуляции. Наконец, всякое реально осуществимое устройство, преобразующее сообщения в сигналы, может создать лишь сигналы с ограниченными пределами изменения его мощности. Нижний предел определяется средней мощностью помех в канале. Минимальная средняя мощность сигнала должна быть больше средней мощности помех. Верхний предел обусловлен наибольшей возможной средней мощностью, которую можно передать по линии. Таким образом, третьей характеристикой сигнала является диапазон изменения мощности H_c:

$$H_c = \log_2 \frac{P_c}{P_n}, \qquad (15)$$

где P_n соответствует средней мощности помехи;

P_c — средняя мощность сигнала.

Этими тремя характеристиками или, как их называют, обобщенными измерителями можно определить основные свойства сигнала, необходимые для передачи по линии связи.

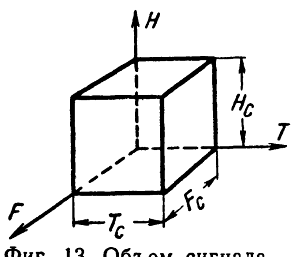
Для большей наглядности и удобства сигнал обычно характеризуется его объемом V_c, т. е. произведением обобщенных измерителей: длительности T_c, полосы частот F_c и диапазона изменения мощностей H_c. Объем сигнала равен:

$$V_c = T_c F_c H_c. \qquad (16)$$

В геометрическом виде объем сигнала представляется параллелепипедом с ребрами T_c, F_c и H_c (фиг. 13).

Подобными обобщенными измерителями можно характеризовать и канал связи. Канал связи по своей физической природе в состоянии пропускать эффективно лишь сигналы, спектр которых лежит в ограниченной полосе

частот F_k при допустимом диапазоне изменения мощностей H_k. Естественно также, что канал связи предоставляется отправителю для передачи сообщений лишь на вполне определенное время T_k. Поэтому по аналогии с сигналом можно ввести величину



Фиг. 13. Объем сигнала.

$$V_k = T_k F_k H_k \tag{17}$$

и назвать ее емкостью канала.

При наличии таких обобщенных характеристик сигнала и канала можно легко определить соотношение между ними. Очевидно, что необходимым условием для передачи сигнала с объемом V_c по каналу связи, емкость которого равна V_k, является условие

$$V_k \geqslant V_c,$$

или

$$T_k F_k H_k \geqslant T_c F_c H_c.$$

Из последнего соотношения можно сделать вывод, что в случае необходимости согласования канала с сигналом мы можем производить изменения характеристик сигнала так, чтобы при этом его объем не менялся. Так, например, можно за счет увеличения длительности передачи сократить требуемую полосу частот.

Представим себе, что по каналу связи с обобщенными измерителями $F_k = 3\,000$ *гц*, $H_k = 40$ (система передачи речи) необходимо передать сигнал с обобщенными измерителями $F_c = 9\,000$ *гц*, $H_c = 40$, $T_c = 1$ мин. (передача музыки). Здесь мы как раз имеем случай несоответствия одного из обобщенных показателей сигнала с аналогичным показателем канала $F_c = 3F_k$, т. е. ширина спектра сигнала в 3 раза превышает полосу частот канала.

Можно ли при таких условиях обеспечить передачу сигнала? Да, можно, если

$$V_k = V_c,$$

т. е.

$$T_k F_k H_k = T_c F_c H_c.$$

В нашем случае это оказывается возможным, если $T_k = 3T_c$. Действительно,

$$T_k = \frac{V_k}{F_k H_k} = \frac{V_c}{F_k H_k} = \frac{T_c F_c H_c}{F_k H_k} = \frac{T_c \cdot 3F_k H_k}{F_k H_k} = 3T_c.$$

Простейший способ сокращения диапазона частот состоит в том, что сигнал предварительно записывается (например, на магнитную пленку) и передается в линию с пониженной в 3 раза скоростью. При этом все частоты уменьшатся втрое. Полоса частот линии окажется достаточной для передачи сокращенного спектра сигнала. Полученный на приемном конце сигнал также записывается, а затем воспроизводится с утроенной скоростью. Таким образом, здесь мы произвели «обмен» полосы частот на время передачи.

Согласование сигнала с каналом можно обеспечить также за счет «обмена» полосы частот на диапазон изменения уровней и наоборот. Этим приемом, рассмотренным в следующем параграфе, широко пользуются в технике связи.

7. СОГЛАСОВАНИЕ СИГНАЛА С КАНАЛОМ ПОСРЕДСТВОМ КОДИРОВАНИЯ

Выше было доказано, что для осуществления связи необходимо принимать меры к тому, чтобы емкость канала не оказалась меньше объема сигнала. Однако в ряде случаев и этого бывает мало.

Пусть, например, нам нужно по каналу связи с параметрами T_k, F_k и H_k передать сигнал, обобщенные измерители которого T_c, F_c и H_c. Рассмотрим случай, когда емкость канала V_k и объем сигнала V_c равны между собой, но обобщенные измерители канала и сигнала не равны между собой.

Можно ли при таких условиях осуществить связь? Да, можно, но для этого нужно «согласовать» сигнал с каналом. Для согласования с каналом связи часто используется операция, которая называется преобразованием кода.

Как уже отмечалось, код представляет собой набор комбинаций, составленных из различных элементарных сигналов. Так, например, при телеграфировании постоянным током элементарным сигналом, т. е. элементом кода, является посылка тока или ее отсутствие. Это так называемый двоичный код. В общем случае количество различимых элементов кода называют его основанием. При использовании для передачи одного элементарного сигнала при помощи двоичного кода можно закодировать лишь одно из двух возможных сообщений: «да» или «нет».

Чтобы закодировать большее количество сообщений, очевидно, понадобится повышать основание кода, т. е. увели-

чивать количество различимых значений элементарного сигнала. Но можно поступить и иначе: оставить основание кода небольшим, а образовать кодовые группы различимых элементарных сигналов. По такому принципу построен, например, двоичный (с основанием два) пятизначный (группа состоит из пяти элементарных сигналов) код Бодо. Поскольку здесь комбинации составляются из пяти элементарных сигналов, а каждый из них в состоянии передать лишь одно из двух сообщений, то посредством двоичного пятизначного кода можно передавать (записать) уже одно из $2^5=32$ различных сообщений (см. приложение).

В общем случае, если основание кода равно n, а m — число элементарных сигналов, составляющих кодовую группу, то общее количество N сообщений, которое можно закодировать и передать, определится из соотношения

$$N=n^m. \qquad (18)$$

Этим соотношением мы и воспользуемся для преобразования сигнала к такому виду, чтобы его можно было передавать по линии связи. Наша задача состоит теперь в том, чтобы для передачи N сообщений выбрать код, при котором сигналы по своим обобщенным измерителям окажутся пригодными для передачи их по данному каналу связи.

Пусть для конкретности линия связи пропускает эффективно лишь полосу частот F_k при допустимом диапазоне изменения мощности сигнала H_k. Время передачи ограничено и равно T_k.

Допустим также, что в результате преобразования сообщения мы получили сигнал, диапазон изменения мощности которого H'_c превосходит H'_k, а ширина спектра сигнала равна полосе частот канала $F_c=F_k$; сигнал предполагается квантованным. Поскольку число уровней квантования (основание кода n_1) пропорционально превышению мощности сигнала над мощностью помех, то задачу согласования сигнала с каналом можно в данном случае рассматривать как задачу преобразования кода.

При заданном общем количестве сообщений N для согласования сигнала с каналом мы можем перейти от кода с основанием n_1 к коду с основанием n_2, ибо

$$n_1^{m_1}=N=n_2^{m_2}. \qquad (19)$$

Необходимо будет изменить лишь число элементарных сигналов в кодовой группе, т. е. вместо m_1 взять m_2, воспользовавшись соотношением

$$J = \log n_1^{m_1} = \log n_2^{m_2},$$

или

$$m_2 = m_1 \frac{\log n_1}{\log n_2}. \qquad (20)$$

Очевидно, что для передачи N сообщений по линии, имеющей $H_k > H'_c$, придется выбрать $m_2 > m_1$.

В свою очередь

$$m = \frac{T_c}{\Delta t} = \frac{T_c}{\frac{1}{2F_c}} = 2F_c T_c = 2F_k T_k.$$

Получить $m_2 > m_1$ можно как за счет увеличения F_k, так и за счет увеличения T_k. Но поскольку полоса частот линии F_k нам задана, то остается только одна возможность — увеличить длительность передачи T_k. Другими словами, мы произвели „обмен“ диапазона изменения мощности сигнала на время передачи.

Точно так же можно «обменять» диапазон изменения мощности на полосу частот при неизменном времени передачи T_k.

Пусть, например, диапазон изменения мощности сигнала равен H_c, а для канала имеем H_k, причем $H_c > H_k$. Будем считать, что число уровней квантования сигнала равно $n = 128$. Канал же пропускает только сигналы с числом уровней $n_1 = 2$. Общее количество сведений равно

$$J = \log N = m \log n = m_1 \log n_1.$$

Принимая во внимание, что

$$m = \frac{T_c}{\Delta t} = 2F_c T_c, \text{ а } m_1 = \frac{T_c}{\Delta t_1} = 2F_k T_k,$$

получим:

$$\frac{m_1}{m} = \frac{\log n}{\log n_1} = \frac{F_k}{F_c}, \quad \text{или} \quad F_k = F_c \frac{\log n}{\log n_1}.$$

Если ширина спектра сигнала $F_c = 5$ *кгц*, то для перехода к двоичному коду $n_1 = 2$ потребуется канал с полосой частот

$$F_k = F_c \frac{\log_2 128}{\log_2 2} = 5 \frac{7}{1} = 35 \text{ кгц}.$$

В общем случае посредством перекодирования можно производить согласование сигнала с каналом при условии, если емкость канала больше объема сигнала ($V_k \geqslant V_c$). Такими приемами согласования широко пользуются на практике.

8. ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ КАНАЛА

Определим теперь пропускную способность C канала как общее количество сведений J, которое можно передать за единицу времени по данному каналу связи, т. е.

$$C = \frac{J}{T}. \qquad (21а)$$

При максимальном уровне сигнала $s_{макс}$ и шаге квантования Δs можно при помощи одного элементарного сигнала передать с допустимой вероятностью ошибки одно из $\frac{s_{макс}}{\Delta s}$ различных сообщений.

Кроме того, одно сообщение можно закодировать нулевым уровнем. Поэтому за время Δt можно передать любое из n сообщений, причем

$$n = \left(\frac{s_{макс}}{\Delta s} + 1\right).$$

Если канал используется для передачи в течение интервала времени $2\Delta t$ (передаются два элементарных сигнала), то можно передать n^2 различных сообщений; при длительности интервала $3\Delta t$ можно передать n^3 различных сообщений. В общем случае, если время использования канала равно $T_k = m\Delta t$, то можно передать n^m сообщений. Заметим, что по теореме Котельникова $\Delta t = \frac{1}{2F_c}$. Поэтому

$$N = n^m = \left(\frac{s_{макс}}{\Delta s} + 1\right)^{2F_c T_c},$$

так как общее число элементарных сигналов равно

$$m = \frac{T_c}{\Delta t} = 2F_c T_c.$$

Количество сведений, которые можно передать посредством m элементарных сигналов, равно:

$$J = \log_2 N = m \log_2 n = 2F_c T_c \log_2 \left(1 + \frac{s_{макс}}{\Delta s}\right),$$

а для пропускной способности в соответствии с (21а) будем иметь при $F_c = F_k$:

$$C = 2F_k \log_2\left(1 + \frac{s_{макс}}{\Delta s}\right). \qquad (21б)$$

Напомним, что формула (21б) позволяет определить пропускную способность канала при конечной вероятности ошибки, зависящей от степени превышения шага квантования Δs над средним значением флюктуационных помех.

Из формулы (21б) следует также, что при заданном пиковом значении сигнала пропускная способность канала будет тем большей, чем меньше шаг квантования Δs, т. е. чем большая вероятность ошибки допускается при передаче.

Практически весьма важной характеристикой канала связи является предельная пропускная способность, которая определяется как количество сведений, которые могут быть переданы по каналу связи с бесконечно малой вероятностью ошибки. Для предельной пропускной способности канала Шэнноном была найдена формула, аналогичная по структуре формуле (21б):

$$C = F_k \log_2\left(1 + \frac{P_c}{P_n}\right), \qquad (22)$$

где P_c и P_n — средние мощности сигнала и помех соответственно.

Помехи предполагаются флюктуационными.

Из формулы (22) следует, что предельная пропускная способность (скорость передачи) также зависит от соотношения между мощностью сигнала и мощностью помех. Чем больше мощность сигнала по сравнению с мощностью помех, тем больше и предельная пропускная способность. Предельная пропускная способность также увеличивается при увеличении полосы частот канала.

Наряду с пропускной способностью C систему связи можно оценить и по степени использования объема сигнала:

$$\nu = \frac{J}{V_c}. \qquad (23)$$

Величина ν характеризует удельную содержательность сигнала, т. е. это количество сведений, приходящееся на единицу объема сигнала. Очевидно, удельная содержательность будет наибольшей в том случае, когда выборы равновероятны и независимы, т. е. когда

$$J = \log n^m.$$

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ЭФФЕКТИВНОСТЬ И ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ

9. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Целесообразность введения новых систем связи (либо усовершенствования существующих) определяется теми преимуществами, которые дают эти системы в решении основных и противоречивых проблем связи: эффективности и помехоустойчивости.

Противоречивость этих требований приводит к тому, что улучшение одного из показателей вызывает снижение другого.

Поэтому, оценивая новую систему, важно знать, насколько ухудшаются одни показатели из-за улучшения других.

Общая теория связи намечает новые пути повышения эффективности и помехоустойчивости связи.

Прежде чем описывать эти способы, рассмотрим более детально процессы, связанные с передачей сведений от отправителя к получателю.

На вход передающего устройства (фиг. 1) поступает некоторое сообщение от отправителя. Последнее несет в себе те сведения, которые необходимо доставить к получателю. Предположим ради простоты, что передается осмысленный письменный текст. Спрашивается, есть ли необходимость передавать весь текст полностью для того, чтобы получатель мог воспринять смысл, содержание текста? Очевидно нет. Не все то, что содержится в тексте, является неожиданным, непредвиденным для получателя. Исследования показывают, что обычный текст можно понять при сокращении его почти вдвое. Примерно таким сокращением мы пользуемся при составлении текста телеграмм. Вероятностные связи, существующие как между отдельными буквами, так и между отдельными словами, делают одни сочетания (букв или слов) более, другие — менее вероятными (либо вовсе невозможными). В самом деле, вероятность того, что в русском языке за гласной буквой последует «ь», равна нулю, сочетания из четырех согласных букв являются невозможными и т. п. Здесь отнюдь не имеется в виду экономия в письме за счет сокращенных обозначений, таких, как: СССР, ВЛКСМ и многие другие. Такие сокращения возможны лишь при наличии предварительной договоренности между отправителем и получателем.

В каждом данном состоянии системы (в процессе передачи сообщения) условные вероятности поступления различных элементов различны. [Условной вероятностью $P_B(A)$ называется вероятность наступления события A при условии, что ему предшествовало событие B.] Если вероятность появления данного элемента значительно больше вероятности появления других элементов, то появление его не будет неожиданным для нас; иными словами, количество новых сведений, которые он несет, будет мало. Очевидно, наиболее «содержательным» будет то сообщение, в котором вероятность появления любого элемента одна и та же и не зависит от того, какие элементы ему предшествуют (наступление события B не изменяет вероятности наступления события A), а это означает, что элементы сообщения взаимонезависимы.

Если, не взирая на эти вероятностные связи, имеющиеся между символами, передавать сообщение обычным способом, т. е. символ за символом, то при таком способе передачи будут переданы излишние, избыточные символы, которые можно было бы без ущерба для смысла сообщения не передавать.

Можно предложить два способа повышения эффективности связи. Во-первых, можно использовать другой способ передачи, при котором сообщение передается не символ за символом, но группами символов(отрезков) сразу. Подробнее об этом будет сказано дальше. Во-вторых, можно предварительно преобразовать сообщение таким образом, чтобы символы нового сообщения были взаимонезависимы. Этого можно достигнуть за счет увеличения различия между простыми (безусловными) вероятностями появления символов. Поскольку в новом сообщении взаимосвязи между символами отсутствуют, то уже нельзя предугадать появления последующего символа на основании прошлых. Следовательно, чтобы не потерять смысла текста, надо передавать все символы сообщения, а это значит, что обычный способ передачи (символ за символом) будет наиболее естественным для такого сообщения, т. е. избыточность при этом будет меньше.

В дальнейшем, если это не оговаривается, повсюду предполагается передача по способу «символ за символом», поэтому под устранением избыточности будем подразумевать устранение взаимосвязей между символами сообщения. Следует заметить, что если первоначальное сообщение представляло собой осмысленный текст, то после преобразова-

ния, в результате которого были устранены внутренние связи в сообщении, оно будет выглядеть как беспорядочный набор букв, написанных «наугад». Если передавалась речь, то после такого преобразования она будет звучать, как хаотический шум, телевизионное изображение превратится в нечто, сходное со снежным бураном, и т. д.

Однако во всех этих преобразованных сообщениях в отличие от действительно беспорядочных наборов букв, звуков, оттенков сохраняется то необходимое количество сведений, та сущность, которая позволит при проведении обратного преобразования (на приемном конце) восстановить полностью исходное сообщение.

Как же устранить избыточность?

Существуют различные способы устранения внутренних взаимосвязей между элементами сообщения. Мы подробно рассмотрим способ предсказания-вычитания и способ укрупнения.

Однако, прежде чем переходить к ним, укажем на простой способ повышения эффективности связи.

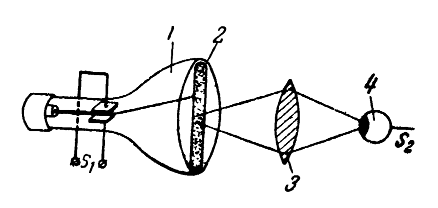
Представим себе некий искусственный язык, в котором используются все возможные сочетания из трех и четырех букв. Если принять число букв в алфавите равным 30, то общее количество слов в нашем искусственном языке будет равно $30^3 + 30^4 = 837\,000$. Так как количество слов в современном развитом языке имеет порядок ста тысяч слов, то мы удержим в нашем языке все трехбуквенные сочетания (27 000) и 73 000 четырехбуквенных слов. Если теперь каждому слову «обычного» языка поставить в соответствие одно из сочетаний искусственного языка, то сообщение, написанное на искусственном языке, было бы значительно короче исходного (средняя длина «слова» в искусственном языке несколько меньше четырех букв; во всех существующих языках среднее слово длиннее).

Здесь повышение эффективности (содержательности) достигнуто благодаря устранению невозможных сочетаний. Можно еще более повысить эффективность системы, если учесть статистику сообщения таким образом, что более вероятным (часто повторяющимся) сочетаниям обычного языка будут поставлены в соответствие более короткие сочетания «искусственного» языка, т. е. произвести перераспределение вероятностей в сообщении.

Кстати, этот принцип был положен в основу построения кода Морзе. Тем буквам, которые встречаются в английском языке наиболее часто, были присвоены наиболее ко-

роткие кодовые обозначения. Так, букве «е» соответствует одна «точка», букве «t»— одно тире и т. п.

Исследования показали, что наивыгоднейшим с точки зрения содержательности при заданной средней мощности будет такое сообщение, в котором вероятности появления символов подчиняются нормальному (гауссову) закону. Такое сообщение несет наибольшее количество сведений при заданной средней мощности сигнала. Если закон распределения вероятностей в сигнале отличается от нормального, то целесообразно произвести перераспределение вероятностей. На фиг. 14 изображена система, позволяющая произвести такое перераспределение.



Фиг. 14. Система для перераспределения вероятностей.

S_1 — входной сигнал; 1—электроннолучевая трубка; 2 — маска с переменной прозрачностью; 3 — фокусирующая линза; 4 — фотоэлемент; S_2— выходной сигнал.

Сигнал S_1, в котором необходимо произвести перераспределение вероятностей, подается на пластины электроннолучевой трубки, отклоняющие луч в вертикальном направлении. На экран накладывается маска, различные участки которой имеют различную прозрачность. Ток на выходе фотоэлемента меняется, как известно, в зависимости от количества света, падающего на него. Так как маска имеет переменную прозрачность, то при отклонениях луча вверх и вниз (под действием S_1) количество световой энергии, попадающей на фотоэлемент, будет меняться и сигнал S_2 на выходе фотоэлемента будет иметь иное распределение вероятностей. Подбирая закон прозрачности маски, можно получить сигнал с необходимым распределением вероятностей на выходе фотоэлемента.

В последнее время была высказана интересная идея сокращения избыточности телевизионного сигнала.

Как известно, при передаче в телевидении каждому элементу изображения (кадра) соответствует электрический импульс. Чем богаче изображение мелкими деталями, тем чаще чередуются импульсы и, следовательно, шире полоса частот. В современных системах телевидения полоса частот рассчитывается из условия передачи наиболее сложного изображения (типа шахматной доски с мелкими черно-белыми квадратиками). Кроме того, предполагается, что отдельные

кадры не связаны между собой и что каждый раз передается совершенно новое изображение. В действительности это не так. Во-первых, очень сложные (резкие) переходы в изображениях относительно редки, во-вторых, каждый последующий кадр очень мало отличается от предыдущего. Статистика показывает, что различие между кадрами колеблется в пределах нескольких процентов, т. е. изображение сильно коррелировано. Представляется заманчивым устранить изобыточность, сэкономив, скажем, на ширине полосы частот.

Один из способов такого сокращения полосы частот заключается в применении переменной скорости развертки изображения лучом. Там, где изображение богато мелкими деталями, луч движется замедленно, т. е. замедляется скорость чередования импульсов и, следовательно, сокращается ширина полосы частот. Там же, где изображение сравнительно бедно деталями, луч движется быстрее, расширяя полосу частот. Таким образом, можно добиться значительного сокращения необходимой полосы частот. При этом во избежание искажений скорость развертки на приемном конце должна изменяться обратно пропорционально скорости на передающем конце. Наиболее перспективными в этом отношении являются электроннолучевые трубки с «электрической памятью», которые позволяют вести запись с одной скоростью, а считывание — с другой.

Следует, однако, сразу же обратить внимание на то обстоятельство, что устранение избыточности приводит к повышению «хрупкости» сигнала. В самом деле, поскольку все сочетания в искусственном языке являются «осмысленными» (нет бессмысленных буквосочетаний), то любая ошибочно принятая буква меняет смысл слова, исключая возможность исправления его. Правда, в обычном языке также имеется ряд слов, в которых изменение той или иной буквы меняет смысл слова, но, повидимому, нет слов, в которых изменение любой буквы на любую букву из алфавита давало бы осмысленное сочетание.

Уже в приведенном простом примере ясно обнаруживаются единство и противоречивость качественной (помехоустойчивость) и количественной (эффективность) сторон одного процесса. Их единство в том, что они проявляются одновременно как две стороны (характеристики) одного и того же процесса, а следовательно, эти проблемы не должны решаться изолированно друг от друга. Их противоречивость состоит в том, что все способы, которые повышают эффек-

тивность, по необходимости приводят к понижению и наоборот. Задачей инженера-связиста является отыскание разумного компромисса при решении подобных проблем.

При оценке какого-либо метода повышения эффективности большую важность приобретает вопрос о том, насколько выигрыш в эффективности понизит помехоустойчивость системы связи (либо усложнит аппаратуру) и каковы допустимые пределы этого выигрыша.

Ранее было установлено, что устранение избыточности в сообщении сводится к устранению взаимосвязей или, как принято говорить, к устранению корреляции в сообщении.

10. ПРЕДСКАЗАНИЕ-ВЫЧИТАНИЕ

Рассмотрим способ устранения взаимосвязей в сигнале (способ декорреляции сигнала), основанный на предсказании-вычитании.

Выше уже было показано, что внутренние связи, существующие между элементами сообщения, приводят к тому, что вероятность появления последующего элемента зависит от предшествующих ему элементов и различна для различных элементов. Это дает нам возможность предугадать, предсказать, каким будет следующий элемент сообщения. Разумеется, чем более длительное время мы ведем наблюдение за сообщением, тем лучше мы познаем внутренние зависимости и тем увереннее (точнее) сможем предсказать следующий элемент сообщения.

Следует оговорить, что совершенно точное предсказание невозможно. Точное предсказание означало бы, что последующая часть сообщения совершенно не несет в себе новых сведений, а в таком случае отпадает необходимость в ее передаче.

Поясним сказанное на простом примере.

Пусть передается фраза

«Весна пришла».

Допустим, мы приняли следующее:

«Весна приш...»

В таком случае знание всего прошлого нашего сообщения дает нам основание с вероятностью, близкой к единице, предполагать, что следующим элементом будет буква «л». И поэтому появление буквы «л» не удивит нас, т. е. оно прибавит очень мало новых сведений к уже имеющимся у нас.

Пусть теперь нам известна меньшая часть сообщения

(время наблюдения за сообщением меньше); допустим, принято:

«Весна пр...»

Здесь уже наиболее вероятными будут не одна, а две буквы: «а» и «о» («пришла», «придет» или «прошла»).

Если же нами была принята только первая буква «В», то мы не в состоянии хотя бы приблизительно предсказать, какая буква последует за нею. При этом количество новых сведений, которые несет в себе каждая следующая буква, будет значительно большим, чем в предыдущих случаях.

Мы привели пример сообщения в виде осмысленного текста. Однако наши рассуждения справедливы и в том случае, когда функция сообщения или сигнала (так как сигнал есть однозначное электрическое отображение сообщения) представляет собой какую-то произвольную кривую.

Возникает вопрос: нельзя ли сэкономить на мощности, отказавшись от необходимости передавать те части сообщения, которые не несут (или несут очень мало) новых сведений? Да, можно. Это именно и осуществляется в системах с предсказанием. Вместо того, чтобы каждый раз передавать значение функции сообщения (сигнала), поступают следующим образом.

Наблюдая за сообщением (а такая возможность имеется как на передающем, так и на приемном концах), предсказывают следующее значение его, затем вычитают предсказанное значение из истинного и в линию посылают полученную разность (между истинным и предсказанным значениями сигнала). Этот разностный сигнал принято называть сигналом ошибки. Это по сути дела та доля сигнала, которая несет в себе новые сведения, т. е. является неожиданной для нас.

Поскольку среднее значение сигнала ошибки меньше среднего значения сигнала, то такой способ позволяет получить экономию в средней мощности, т. е. уменьшить объем передаваемого сигнала. Чем больше время наблюдения над сигналом (т. е. чем больше число символов сообщения мы привлекаем для предсказания последующего символа), тем точнее будет предсказание и тем, следовательно, меньше будет сигнал ошибки, что в свою очередь даст бо́льшую экономию в средней мощности. Однако увеличение времени наблюдения приводит к усложнению аппаратуры, осуществляющей предсказание, поэтому на практике привлекают то наименьшее количество символов из прошлого сообщения, которые наиболее сильно влияют на настоящее.

Но для того, чтобы при помощи прошлых значений предсказать последующее значение сигнала, необходимо знать вид математического выражения, которое связывает между собой искомое и известные значения сигнала. Это выражение, очевидно, будет зависеть от статистических свойств сигнала. Чем сложнее эта связь, тем сложнее аппаратура. Поэтому на практике считают, что между значениями сигнала (в различные моменты времени) существует линейная зависимость следующего вида:

$$S_n = a_1 S_1 + a_2 S_2 + \ldots + a_m S_m, \tag{24}$$

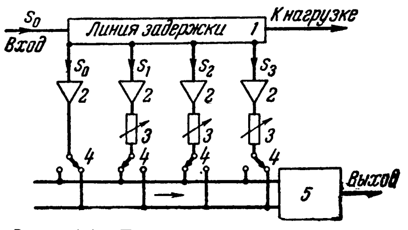
где S_n — предсказываемое значение сигнала;

$S_1, S_2, \ldots, S_m$ — все более удаленные (от настоящего) значения сигнала;

$a_1, \ldots, a_m$ — коэффициенты, зависящие от статистических свойств сигнала.

Такое предсказание называют линейным, а формулу (24) — экстраполяционной формулой. Оно устраняет не всю избыточность, содержащуюся в сигнале, но лишь ту, которая обусловлена линейными связями.

Оказывается, наряду с простотой, линейное предсказание является наилучшим (оптимальным) для большинства типов сигналов, которые встречаются на практике (для так называемых нормальных случайных функций, т. е. для случайных функций с нормальным, гауссовым, распределением вероятностей).



Фиг. 15. Блок-схема декоррелятора (устройства, осуществляющего линейное предсказание).

Если настоящее значение сигнала обозначить через S_0, то сигнал ошибки ε представится в виде разности

$$\varepsilon = S_0 - S_n,$$

или, подставляя значение S_n из (24), получим:

$$\varepsilon = S_0 - \sum_{k=1}^{m} a_k S_k. \tag{25}$$

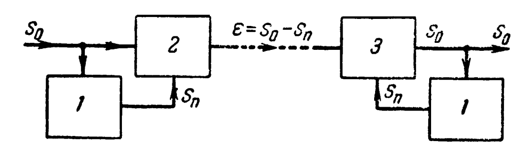
Коэффициенты $a_1, a_2, \ldots, a_m$ в экстраполяционной формуле выбираются так, чтобы сигнал ошибки был наименьшим при заданном числе значений сигнала.

Практически легко осуществить декоррелятор, т. е. устройство, которое преобразует заданный сигнал в сигнал ошибки.

На фиг. 15 представлена блок-схема декоррелятора, осуществляющего линейное предсказание. Здесь *1* — линия задержки, состоящая из некоторого числа реактивных элемен-

тов (L, C). Сигнал по такой линии распространяется замедленно, поэтому время, за которое он проходит линию, может быть сделано равным нескольким интервалам времени между отдельными отсчетами сигнала. Время распространения сигнала в линии, показанной на фиг. 15, равно трем интервалам между соседними отсчетами.

Следовательно, делая отводы от соответствующих точек этой линии, можно получить значения трех предшествующих отсчетов сигнала, а именно предшествующего S_1 и более ранних S_2 и S_3.



Фиг. 16. Блок-схема системы связи с предсказанием.

Далее, эти отсчеты усиливаются до необходимого уровня в усилителях *2*, после чего поступают на регуляторы уровней *3*, которые изменяют величину данного отсчета S_k в соответствии со значением его коэффициента a_k в выражении (24). В зависимости от знака, с которым данный отсчет входит в сумму (24), переключатель *4* ставится в то или иное положение.

Таким образом, на вход суммирующего устройства *5* поступает сумма вида (24). В нашем случае она содержит лишь три члена $a_1S_1 + a_2S_2 + a_3S_3 = S_n$ и дает предсказанное значение настоящего отсчета. Если, кроме того, на вход суммирующего устройства подать настоящий отсчет S_0 и вычесть из него полученную суммы, то на выходе получим сигнал ошибки (ε). Если же настоящий отсчет не подается на вход суммирующего устройства, то на выходе получим предсказанное значение (S_n).

Используя такой предсказатель, можно построить эффективную систему связи, в которой передаваться будет только сигнал ошибки.

На фиг. 16 приведена блок-схема такой системы. Ради упрощения в ней опущены некоторые существенные узлы системы, такие, как, скажем, кодирующее устройство на передающем конце и декодирующее на приемном. Необходимость кодирующего (согласующего) устройства диктуется тем обстоятельством, что после предсказания могут суще-

ственно измениться основные измерители (F_c, H_c) сигнала.

Отсчеты входного сигнала S_0 поступают на предсказатель *1* и вычитающее устройство *2*, на выходе которого образуется сигнал ошибки. Последний передается по каналу передачи.

На приемном конце производится обратная операция: из поступающих сигналов ошибки строится первоначальный сигнал. В самом деле, на суммирующее устройство *3* поступают сигнал ошибки ( ) с линии и предсказанное значение (S_n) с выхода предсказателя *1* (последние подобны на приемном и передающем концах). На выходе суммирующего устройства получим настоящее значение функции сигнала:

$$S_0 = S_n + \varepsilon = \sum_{k=1}^{m} a_k S_k + \varepsilon. \tag{26}$$

В том случае, когда предсказание ведется только по одному предшествующему значению, экстраполяционная формула приобретает особенно простой вид:

$$S_n = a_1 S_1. \tag{27}$$

Сигнал ошибки ε запишется как

$$\varepsilon = S_0 - S_n = S_0 - a_1 S_1. \tag{28}$$

При различных значениях коэффициента a_1 точность предсказания в среднем будет различной. Наилучшим значением a_1 по общепринятому положению будет то, при котором средний квадрат ошибки ($\overline{\varepsilon^2}$) будет наименьшим.

Найдем его:

$$\overline{\varepsilon^2} = \overline{(S_0 - a_1 S_1)^2} = \overline{S_0^2} - 2a_1 \overline{S_0 S_1} + a_1^2 \overline{S_1^2}$$

(черточки сверху означают средние значения случайных величин, см. гл. 1, § 2).

Здесь $\overline{S_0^2} = \overline{S_1^2} = P_{cp}$ представляют собой среднюю мощность сигнала.

Величина $\overline{S_0 S_1}$ характеризует взаимосвязь, существующую между средними значениями сигнала, и называется функцией корреляции. Обозначим $\overline{S_0 S_1} = R\,(1)$ (единичный аргумент указывает на то, что измеряется связь на единичном интервале между значениями сигнала).

В таком случае

$$\overline{\varepsilon^2} = P_{cp} - 2a_1 R\,(1) + a_1^2 P_{cp}. \tag{29}$$

Но $\overline{\varepsilon^2}$ есть средняя мощность сигнала ошибки, следовательно, отношение $\overline{\varepsilon^2}/P_{cp}$ будет представлять экономию в средней мощности, которую мы получим в результате предсказания.

Деля обе части уравнения (29) на P_{cp}, получим:

$$\frac{\overline{\varepsilon^2}}{P_{cp}} = 1 + a_1^2 - 2a_1 \frac{R(1)}{P_{cp}}. \qquad (30)$$

Чтобы найти то значение a_1, которое дает минимум для отношения $\overline{\varepsilon^2}/P_{cp}$, заметим, что (30) очень сходна с формулой для нахождения стороны треугольника.

Фиг. 17. К доказательству формулы (34).

Пусть дан треугольник ABC, у которого α, β, γ — углы при вершинах (см. фиг. 17). Известно, что

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha. \qquad (31)$$

Сравнивая (31) с (30), положим:

$$\frac{\overline{\varepsilon^2}}{P_{cp}} = a^2;\ b = 1;\ a_1 = c;\ \frac{R(1)}{P_{cp}} = \cos\alpha. \qquad (32)$$

Требуется найти то значение стороны c, при которой сторона a будет наименьшей (при условии, что сторона b и угол α неизменны). Это, очевидно, будет в том случае, когда точка B стянется в точку D (т. е. треугольник ABC превратится в прямоугольный треугольник ADC). Но в этом случае

$$b^2 = a^2 + c^2. \qquad (33)$$

Подставляя значение b^2 из (33) в (31), получим:

$$a^2 = a^2 + c^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha,$$

или

$$c = b\cos\alpha.$$

Учитывая обозначения (32), получим окончательно[1]:

$$a_1 = \frac{R(1)}{P_{cp}}. \qquad (34)$$

Итак, для наибольшей экономии в средней мощности необходимо, чтобы удовлетворялось условие (34).

В этом случае выражение (30) примет вид:

$$\frac{\overline{\varepsilon^2}}{P_{cp}} = 1 - \left(\frac{R(1)}{P_{cp}}\right)^2,$$

[1] Читатель, знакомый с дифференциальным исчислением, может легко решить эту задачу обычными правилами исследования на минимум.

или, обозначая $\frac{R(1)}{P_{cp}} = r(1)$ [нормированный коэффициент корреляции $r(1)$ не может быть больше 1], получим:

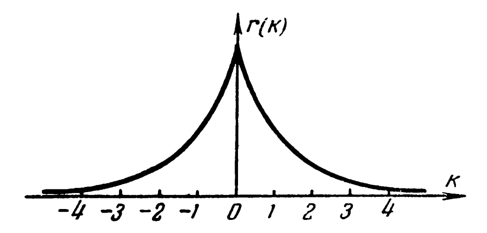
$$\frac{\overline{\varepsilon^2}}{P_{cp}} = 1 - r(1), \tag{35}$$

а экстраполяционная формула (24) запишется в виде:

$$S_n = r(1)\, S_1. \tag{36}$$

Из (35) можно заключить, что экономия в средней мощности будет тем больше, чем больше была взаимосвязь в исходном сообщении. Если ее не было ($r(1) = 0$), то экономии в средней мощности в результате предсказания не получим.

Ради простоты мы при оценке выигрыша в средней мощности не рассматривали влияния предсказания на другие измерители сигнала. В действительности при помощи предсказания-вычитания мы устраняем внутренние связи в сообщении, т. е. сигнал ошибки становится более хаотичным и, следовательно, распределение энергии по спектру частот становится равномерным (возрастает энергия высоких частот).



Фиг. 18. Функция корреляции телеграфного и телевизионного сигналов.

Несмотря на крайне упрощенный вид экстраполяционной формулы (36), она имеет большой практический интерес. Такая формула будет наилучшей в том случае, когда взаимосвязь между значениями сигнала такова, что нормированная функция корреляции $r(k)$ убывает с ростом k по кривой фиг. 18. Здесь k — величина интервала, которая берется между двумя значениями сигнала.

Иными словами, для такого сигнала достаточно удержать лишь последнее его значение. Использование более ранних значений сигнала ничего нового для предсказания не дает. Исследования показали, что сигналы в телевидении и телеграфии удовлетворяют этому требования (т. е. функция корреляции для них имеет вид, близкий к изображенному на фиг. 6). При этом аппаратура, осуществляющая предсказание-вычитание, чрезвычайно упрощается.

До сих пор при рассмотрении систем с предсказанием мы предполагали, что на передаваемый сигнал ошибки не

действуют никакие помехи. В действительности как в канале передачи, так и в аппаратуре сигнал подвергается воздействию помех.

Если предположить, что в канале имеются только флюктуационные помехи (типа «белого шума», см. стр. 60), то мы можем исключить их из рассмотрения, если подвергнем сигнал квантованию (см. § 5). В этом случае остается лишь помеха от квантования (шум квантования). Последняя, накапливаясь в процессе суммирования на приемном конце, может привести к недопустимому искажению сигнала. Во избежание этого прибегают к самопроверке на передающем конце.

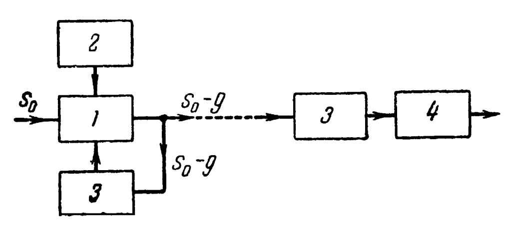
Не входя в подробности, укажем лишь на существо этого способа. На передающем конце совершают процесс восстановления (конструирования) сигнала точно таким же способом, как это делается на приемном конце, и непрерывно сравнивают получающийся результат с действительными значениями сигнала. Такое сравнение дает возможность своевременно устранять чрезмерное накопление искажения сигнала (см. ниже систему «дельта-модуляции»). Исследования показывают, что в случае применения самопроверки погрешность не превышает по своей величине половины шага шкалы квантования.

В последнее время предложена система связи, использующая предсказание с самопроверкой. Речь идет о системе, получившей название «дельта-модуляция». В этой системе предсказание ведется по одному предшествующему значению. При этом коэффициент a_1 в формуле (27) берется равным единице; иными словами, полагают, что предсказываемое значение попросту равно предшествующему значению:

$$S_n = S_1.$$

Нетрудно сообразить, что такое допущение справедливо лишь в том случае, когда функция, изображающая сигнал, очень медленно меняется со временем. В противном случае мы должны будем брать отсчеты сигнала настолько часто, иными словами брать такой малый интервал времени предсказания Δt, чтобы значения функции сигнала не успевали измениться на значительную величину. Именно так и поступают в системе «дельта-модуляция». Зная скорость изменения функции сигнала (или, что то же, ширину спектра сигнала), выбирают интервал времени предсказания Δt таким, чтобы изменения сигнала не превзошли определен-

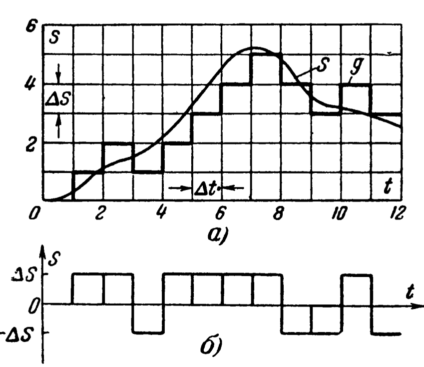
ного значения. В этом случае можно отказаться от необходимости передавать каждый раз величину соответствующего приращения и ограничиться передачей лишь знака приращения. В этом отличие системы «дельта-модуляции» от рассмотренной выше системы с предсказанием.



Фиг. 19. Блок-схема системы с „дельта-модуляцией".

Блок-схема системы с «дельта-модуляцией» приведена на фиг. 19.

На сравнивающее устройство *1* подаются функция сигнала S_0 и одновременно периодическая последовательность импульсов от импульсного генератора *2*. Поступающие на линию импульсы одновременно подаются на суммирующее устройство *3* (система самопроверки). Складываясь с тем или иным знаком, эти импульсы образуют ступенчатую кривую g, приблизительно отображающую функцию сигнала S (фиг. 20,*а*). В моменты времени, когда на сравнивающее



Фиг. 20. Преобразование сигнала в системе с „дельта-модуляцией".

устройство *1* поступают импульсы от импульсного генератора (в тактовые моменты), в нем производится сравнение значений g и S и в зависимости от знака разности $S - g$ в линию поступает импульс той или иной полярности (но неизменной величины ΔS). Таким образом, сигнал, поступающий в линию, закодирован по двоичной системе (фиг. 20,*б*).

Поступающие на приемный конец импульсы суммируются в аналогичном суммирующем устройстве *3*, в результате чего на выходе образуется ступенчатая функция g, которая затем сглаживается фильтром *4*. Несмотря на простоту аппаратуры, система «дельта-модуляции» дает результаты, сравнимые с результатами других помехоустойчивых широкополосных систем.

До сих пор речь шла о сигнале, состоящем из конечного числа последовательных отсчетов.

Можно также построить предсказатель и для непрерывного сигнала без предварительного преобразования его в дискретный сигнал. Таким предсказателем является обычный фильтр с соответствующими характеристиками, так что на выходе его получается предсказанное значение сигнала.

Выше были рассмотрены некоторые пути использования линейного предсказания для построения эффективных систем связи. Этим, однако, отнюдь не исчерпываются все возможности использования предсказания в системах связи.

11. СОКРАЩЕНИЕ ИЗБЫТОЧНОСТИ ПОСРЕДСТВОМ УКРУПНЕНИЯ

Мы рассмотрели способ сокращения избыточности посредством такого преобразования сообщения, в результате которого устраняются взаимосвязи между символами. Однако, как уже вскользь упоминалось, возможен другой, принципиально отличный путь сокращения избыточности в сообщении. В этом случае, отказавшись от привычного способа передачи сообщения символ за символом (или значение за значением), передают сразу отрезки сообщения, состоящие из многих символов. Поясним сущность этого метода.

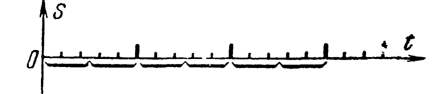
Известно, что взаимосвязи между символами сообщения слабеют с увеличением расстояния между символами (см., например, кривую на фиг. 18). Иными словами, символы, стоящие рядом, связаны сильнее, нежели отделенные друг от друга промежуточными символами.

Поэтому, если разбить исходное сообщение на отрезки по k символов в каждом и считать каждый из отрезков за один укрупненный элемент, то взаимосвязь между элементами такого «укрупненного» сообщения будет значительно слабее, нежели взаимосвязь между символами исходного сообщения.

Очевидно, чем крупнее такие отрезки (блоки), т. е. чем больше число символов k в отрезке, тем слабее будут свя-

заны между собой укрупненные элементы. Если в исходном сообщении взаимосвязь распространялась только на k элементов, то нет необходимости брать отрезки с числом символов, бóльшим, чем k.

Беря k достаточно большим, можем считать укрупненные элементы полностью независимыми друг от друга. А это значит, что такой текст нельзя сокращать без ущерба для его смысла; необходимо передать все элементы.



Фиг. 21. Укрупнение сигнала. Черточки означают моменты появления импульсов.

Поскольку укрупненные элементы независимы, то можно передавать обычным способом — элемент за элементом (однако каждый элемент состоит из k символов). Возникающая при этом избыточность будет меньше той, которая появилась бы при передаче символ за символом исходного сообщения (так как там символы были взаимосвязаны).

Следует заметить, что такой способ передачи технически сложен. Во-первых, для его осуществления необходимо располагать устройствами, способными задерживать и запоминать отрезки сообщения длиной в k символов с тем, чтобы передавать такой отрезок сразу как один элемент. Во-вторых, число возможных укрупненных элементов (алфавит их) будет значительно больше числа возможных символов исходного сообщения. Так, если исходное сообщение состояло из символов, которые могли принимать n значений, то при разбиении исходного сообщения на отрезки по k символов число возможных укрупненных элементов (новый алфавит) составит n^k. На фиг. 21 черточками обозначены моменты появления символов сообщения (сигнала). Укрупненные элементы составлены из отрезков по пяти символов. Если сообщение закодировано двоичным кодом (т. е. символы могут означать импульс либо паузу), то исходный алфавит равен 2. В таком случае алфавит (основание кода) укрупненного сообщения будет равен $2^5=32$.

Обобщая, можно сказать, что укрупнение позволяет сократить избыточность, но приводит к необходимости перехода к коду с более высоким основанием.

Своеобразным примером такого укрупненного сообщения может служить текст, написанный при помощи китайских иероглифов (если сравнить такой текст с текстом, написанным при помощи буквенного алфавита). Каждый

иероглиф выражает в большинстве случаев законченное слово. Поэтому взаимосвязи, существующие между отдельными иероглифами, будут слабее, чем между отдельными буквами нашего алфавита. Иными словами, текст, написанный иероглифами, обладает меньшей избыточностью. Однако это приводит к необходимости иметь очень большое число отдельных иероглифов. Число наиболее употребительных иероглифов достигает $4 \div 5$ тыс., в то время как общее число их превышает 10 тыс. В то же время буквенные алфавиты большинства языков содержат всего около 30 различных знаков. Таким образом, китайская письменность подобна коду со значительно более высоким основанием.

12. ИСПРАВЛЯЮЩИЕ КОДЫ

При рассмотрении эффективных систем связи выяснилось, что любое повышение эффективности, связанное с устранением избыточности, приводит к тому, что становится труднее исправлять ошибки в сообщении и в конечном счете понижает помехоустойчивость связи. Спрашивается: нельзя ли как-то избежать этого? Поставим вопрос несколько иначе: нельзя ли, не изменяя избыточности в сообщении, повысить помехоустойчивость связи?

На этот вопрос следует ответить положительно. В самом деле, ведь избыточность, содержащаяся в сообщении, не вводилась нами сознательно; она обусловлена самой природой сообщения. Вполне возможно, что она используется не наилучшим образом. Есть основания предполагать, что помехоустойчивость системы зависит не только от избыточности, содержащейся в сообщении, но и от того, как эта избыточность используется для повышения помехоустойчивости.

На основании всего сказанного можно поставить такую задачу: устранить всю имеющуюся в сообщении избыточность с тем, чтобы затем ввести ее наиболее разумным способом. При этом первоначальная помехоустойчивость будет достигнута при меньшем количестве избыточности.

А это и означает, что мы повысили содержательность (т. е. в конечном счете эффективность), не нанося ущерба помехоустойчивости системы связи.

Поясним сказанное простым примером. Допустим, необходимо передать следующие четыре слова: ворота, ворона, корона, борона. Ради простоты предположим, что других слов в русском языке нет. В таком случае, надо было бы признать, что этот язык из четырех слов составлен очень неудачно. В самом деле, ошибка в одной букве

привела бы к тому, что вместо слова «корона» было бы принято либо «борона», либо «ворона» или вместо слова «ворота» — слово «ворона». Очевидно, в этом случае можно было бы повысить помехоустойчивость (при той же эффективности), если придумать такие шестибуквенные слова, которые различались бы между собой хотя бы тремя буквами. Тогда ошибка в одной букве превратила бы данное слово в бессмысленное буквосочетание, но такое, которое отличалось бы от истинного слова лишь одной буквой, а от трех других слов — двумя буквами, что позволило бы исправить ошибку. Кстати, если вместо слова «ворота» пользоваться устаревшим «врата», то наряду с сокращением его (уменьшение избыточности) мы бы исключили возможность превращения его в другие слова (в приведенном списке) при одиночной ошибке.

Применение исправляющих (корректирующих) кодов позволяет решить задачу оптимального использования избыточности.

Сущность исправляющих кодов заключается в том, что часть кодовых комбинаций используемого кода признается запрещенной, так что любая ошибка в какой-либо дозволенной комбинации превращает ее в запрещенную комбинацию. Это позволяет обнаружить ошибочную кодовую группу, но «обедняет наш язык»: мы не можем воспользоваться всеми имеющимися в нашем распоряжении кодовыми комбинациями. Иначе говоря, для того, чтобы иметь возможность передавать первоначальный словарь (первоначальное количество возможных сообщений), мы должны перейти к кодовым группам с бо́льшим числом элементов в группе. Все более усложняя кодовые группы, мы сможем обнаруживать и исправлять не только однократные ошибки, но и ошибки двойной и большей кратности.

Поясним сказанное на простых примерах.

Пусть мы располагаем трехзначным двоичным кодом. Число возможных различных сообщений (различных кодовых групп) равно восьми, т. е.

$$N = 2^3 = 8.$$

Условимся считать элементами кода 0 (пауза) и 1 (импульс). Выпишем возможные сообщения (комбинации):

000, 001, 010, 100, 011, 101; 110, 111.

Выберем из этих восьми комбинаций те, которые различаются между собой не менее чем двумя элементами.

Таких групп, очевидно, будет четыре, например:

000, 011, 101, 110.

Если теперь условиться, что эти комбинации являются дозволенными, а оставшиеся четыре комбинации

001, 010, 100, 111

— запрещенными, то любая однократная ошибка в разрешенных комбинациях переводит их в запрещенные. Читатель может это легко проверить.

Таким образом, построенный нами код позволяет обнаружить однократную ошибку.

К этому же обнаруживающему коду мы могли бы прийти несколько иным путем, а именно путем усложнения двузначного двоичного кода.

В самом деле, число возможных сообщений в двузначном двоичном коде равно четырем:

00, 01, 10, 11.

Однако такой код не позволяет обнаружить ошибку, ибо в нем все комбинации возможны (однократная ошибка переводит любую комбинацию в другую, дозволенную). Если мы теперь припишем к каждой комбинации (справа) еще по одному элементу так, чтобы общее число единиц в группе было четным, мы получим предыдущий обнаруживающий одиночную ошибку код. Таким образом, чтобы получить возможность обнаруживать ошибку (повысить надежность), нам пришлось ввести избыточность в виде дополнительного элемента в кодовой группе. Легко сообразить, что для того, чтобы код мог обнаруживать двойную ошибку в кодовой группе, необходимо выбрать такие группы, которые отличались бы друг от друга не менее чем в трех элементах.

В первоначальном трехзначном двоичном коде такому условию удовлетворяют только две комбинации, например:

000 и 111.

Все прочие комбинации будут запрещенными. В этом случае любая одиночная или двойная ошибка превращает эти комбинации в запрещенные. Однако число возможных сообщений сократилось до двух. Этот код также можно построить, вводя избыточность в более простой исходный код. В данном случае его можно получить из однозначного двоичного кода с числом возможных сообщений $N=2$, скажем 0 и 1, путем добавления к каждой комбинации двух элементов. Таким образом, бóльшая помехоустойчивость достигается введением большей избыточности. Нетрудно понять, что полученный код не только обнаруживает двойную ошибку, но и исправляет одиночную ошибку. В самом деле, кодовая группа с одиночной ошибкой будет отличаться от истинной группы только в одном знаке, от всех же других групп — в двух знаках.

На приведенных примерах легко установить правило для построения обнаруживающих и исправляющих кодов любой сложности.

Действительно, если кодовые группы различаются в двух элементах, то код позволяет обнаружить одиночную ошибку; если кодовые группы различаются в трех элементах, то код позволяет обнаружить двойную ошибку и исправить одиночную.

Следовательно, если кодовые группы различаются в d элементах, то код позволяет обнаружить ошибку кратности $q=d-1$ и исправить ошибку кратности $s=d-2$, причем

$$d=1+q+s. \qquad (37)$$

13. О СРАВНЕНИИ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ СВЯЗИ ПО ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Введение обобщенных измерителей сигнала (F_c, T_c, H_c) дает возможность производить сравнение различных видов связи на основе общих соотношений, связывающих эти измерители между собой (см. § 6).

Поскольку эффективность системы характеризуют тем количеством сведений (I), которые передаются в системе сигналом данного объема, то удельная содержательность сигнала ν (количество сведений в единице объема) может служить сравнительной характеристикой эффективности различных видов связи.

Как известно, виды связи различаются между собой способами модуляции и кодирования. Различие в способах модуляции и основаниях кода приводит к тому, что одно и то же количество сведений требует для своей передачи в разных системах различных ширины полосы, времени и мощности. Стало быть, обобщенные измерители в разных системах связи различны (для одного и того же количества сведений).

Теория связи позволяет сравнивать различные виды связи не только по их удельной содержательности, но и по отдельным измерителям. Примеры преобразований различных пар обобщенных измерителей приводились в гл. 2, поэтому мы здесь не останавливаемся на этом вопросе.

Приведем таблицу удельной содержательности для пяти видов связи.

Вид связи	F	ν
Телеграф (Морзе)	$4\cdot10^2$	0,45
Телеграф (Бодо)	40	0,45
Фототелеграф	$3\cdot10^3$	0,68
Телефон	$4\cdot10^3$	0,79
Телевидение	$6\cdot10^6$	0,72

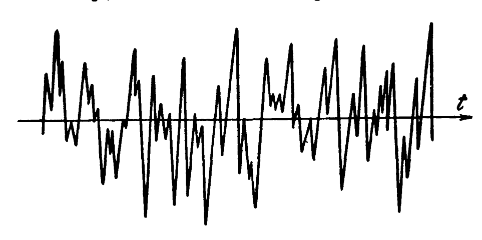
Во втором столбце таблицы приведена ширина полосы сигнала в герцах, а в третьем столбце содержательность ν сигнала. Из таблицы видно, что величины удельной содержательности не сильно различаются для различных видов связи.

Сравнение по эффективности, разумеется, следует производить при заданной помехоустойчивости. Однако можно решать и обратную задачу: сравнивать различные виды связи по помехоустойчивости (при заданной эффективности).

14. СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СВЯЗИ

Вопрос повышения помехоустойчивости связи является важнейшим вопросом, решаемым общей теорией связи. Он важен потому, что в любой реальной системе связи всегда

присутствуют помехи (напомним, что под помехой условились понимать мешающие воздействия, не связанные непосредственно с желаемой передачей). Воздействие помехи на полезный сигнал проявляется в том, что сообщение на выходе приемника оказывается отличным от переданного отправителем. Количественно это воздействие помехи выражается вероятностью ошибки. Вероятность ошибки или величину, с ней связанную, можно принять за меру помехоустойчивости системы связи при данных условиях передачи.



Фиг. 22. Осциллограмма „белого" шума.

С помехами радиоприему техника связи столкнулась с самого начала своего развития. Началось изучение помех, их физической природы и свойств. Стали исследовать воздействие помех на радиоприемник. В результате был разработан теоретически и внедрен в практику ряд способов борьбы с различного рода помехами.

Помехи радиоприему многообразны; это могут быть паразитные электромагнитные поля, воздействующие на антенну в месте приема, искажения передачи, вызываемые непостоянством условий распространения радиоволн, тепловые шумы приемника и т. п. Определяя таким образом помехи, мы оставляем в стороне ряд искажений полезного сигнала, которые могут происходить в передатчике и приемнике, например частотные искажения. Основанием для этого может служить то, что эти искажения в точности известны и посредством соответствующей коррекции принципиально могут быть устранены. Поэтому полагаем, что как приемник, так и передатчик не создают подобного рода искажений. Помеха же является случайной, и поэтому полного устранения ее добиться нельзя.

Среди всех возможных видов помех исключительное место занимает так называемая флюктуационная помеха типа «белого шума», состоящая из отдельных весьма кратковременных импульсов (длительностью порядка 10^{-12} сек.) со случайно изменяющейся во времени амплитудой. Осциллограмма белого шума представлена на фиг. 22.

Белый шум имеет однородный спектр мощности (т. е. плотность энергии его одинакова на всех частотах) в преде-

лах очень широкой (практически бесконечной) полосы частот. Свое название белый шум получил благодаря аналогии, которая имеется между его спектром и спектром белого света.

Возникновение флюктуаций типа белого шума объясняется тепловым движением элементарных частиц вещества. Поскольку это движение имеет место практически всегда, то белый шум является принципиально неустранимой помехой. Особая роль белого шума объясняется также и тем, что он является основным видом помехи, определяющей чувствительность приемника. По этим причинам в общей теории связи рассматривается воздействие на передачу сообщений в основном флюктуационной помехи типа белого шума.

В основе всех способов повышения помехоустойчивости связи лежит использование тех или иных различий между полезным сигналом и помехой. Эти различия могут быть созданы и искусственно. Таким образом, чтобы бороться с помехой, нужно заранее знать кое-что о ее свойствах и свойствах полезного сигнала.

Как уже говорилось, сведения, содержащиеся в полезном сигнале и известные получателю до получения этого сигнала, являются избыточными и обусловливают увеличение объема сигнала. Наличие их приводит к снижению эффективности системы связи. Однако эти избыточные сведения не являются совершенно бесполезными. Располагая ими, наблюдатель на приемном конце (получатель) может таким образом использовать эти сведения при построении приемника, чтобы он обеспечивал более надежную работу, т. е. обладал большей помехоустойчивостью.

Если бы получатель не располагал такими предварительными знаниями о полезном сигнале, то прием такого сигнала при наличии помех был бы сильно затруднен, а в некоторых случаях и совсем невозможен. Если же сигнал несет в себе какие-то избыточные сведения, то, используя их соответствующим образом, можно обеспечить более надежный прием сообщений. Чем более подробными сведениями о полезном сигнале располагает получатель, тем в более значительной степени может он ослабить воздействие помех, т. е. сделать прием более надежным. Таким образом, можно сказать, что все способы повышения помехоустойчивости связи основаны на увеличении избыточности или, что то же, на увеличении объема сигнала.

Как уже отмечалось, полезный сигнал в силу своих ста-

тистических свойств может иметь некоторую избыточность. Однако эта избыточность может использоваться недостаточно эффективно для борьбы с помехой данного вида. Тогда, устраняя эту избыточность и вводя другую, обеспечивающую большую надежность при воздействии данной помехи, можно в некоторой степени повысить надежность связи.

Таким образом, избыточность является необходимой для борьбы с помехами.

Как уже указывалось, под объемом сигнала понимается

$$V_c = T_c F_c \log_2 \frac{P_c}{P_n},$$

где T_c — время передачи;

F_c — полоса частот сигнала;

P_c и P_n — средние мощности сигнала и помехи соответственно.

Из этого выражения видно, что увеличить объем сигнала можно, увеличивая все три множителя: время передачи, полосу частот сигнала и превышение сигнала над помехой. Все эти три способа и применяются для повышения помехоустойчивости.

Из выражения для пропускной способности при наличии помех (22) следует, что прием сообщений возможен и в том случае, когда средняя мощность сигнала значительно меньше средней мощности помехи. Для этого необходимо лишь увеличить объем сигнала, изменяя либо время передачи T_c, либо полосу частот F_c.

Возможность приема сигналов, лежащих ниже уровня помехи, предуказываемая общей теорией связи, — важный для практики вывод, позволяющий коренным образом изменить технику радиоприема. В настоящее время известны и некоторые варианты осуществления этой возможности.

Простым и наиболее часто применяемым способом повышения помехоустойчивости является повышение отношения средней мощности сигнала к средней мощности помехи. Для этого нужно просто в необходимое число раз повысить мощность передатчика либо снизить мощность помехи. Однако с ростом мощности передатчика непропорционально растут его сложность и стоимость. Кроме того, становится невозможным прием соседних слабых станций, так как увеличивается мешающее действие данной передачи на другие. Таким образом, этот способ хотя и является простым, но экономически может оказаться невыгодным.

Полоса частот, занимаемая сигналом, зависит от вида модуляции. Применяя соответствующий вид модуляции, можно значительно увеличить полосу частот сигнала по сравнению с полосой частот сообщения. На практике применяют так называемые широкополосные системы модуляции: частотную и почти все виды импульсной модуляции. Выигрыш в помехоустойчивости растет пропорционально расширению полосы частот сигнала. К недостатку этих систем модуляции следует отнести явление порога, выражающееся в том, что вероятность ошибки резко возрастает, когда отношение средней мощности сигнала к средней мощности помехи P_c/P_n уменьшается до некоторого значения, называемого пороговым. Если отношение средней мощности сигнала к средней мощности помехи имеет величину, меньшую, чем пороговое значение, то прием практически оказывается невозможным вследствие очень частых ошибок. Важно отметить, что с ростом полосы частот сигнала порог наступает при меньших значениях мощности помехи и, следовательно, пороговое значение P_c/P_n растет с ростом полосы. Практически для получения надежного приема отношение средней мощности сигнала к средней мощности помехи всегда должно быть значительно больше единицы.

Наконец, увеличить помехоустойчивость связи можно за счет увеличения времени передачи. Особенности этого способа повышения помехоустойчивости связи мы рассмотрим на примере приема слабых сигналов, т. е. таких, средняя мощность которых может быть значительно меньше средней мощности помехи. Известно, что в этом случае прием сигналов обычными радиотехническими средствами невозможен, так как вероятность ошибки при приеме недопустимо велика.

Следует заметить, что отношение средней мощности полезного сигнала к средней мощности помехи является удобной величиной, характеризующей условия приема. Это отношение иногда называют просто *отношение сигнала к шуму*. Однако такая характеристика условий приема не является полной, так как не учитывает всех статистических свойств помехи.

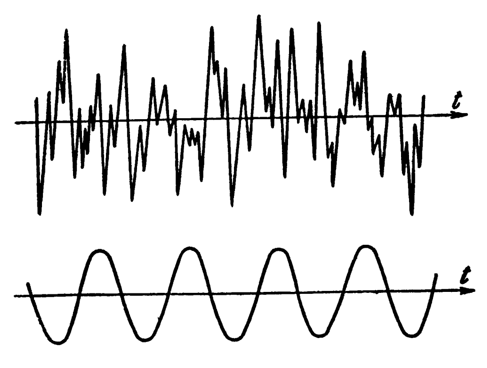
В настоящее время известно несколько специальных методов приема слабых сигналов: 1) фильтрация периодического сигнала; 2) корреляционный метод и 3) метод накопления.

Рассмотрим более подробно упомянутые методы приема слабых сигналов.

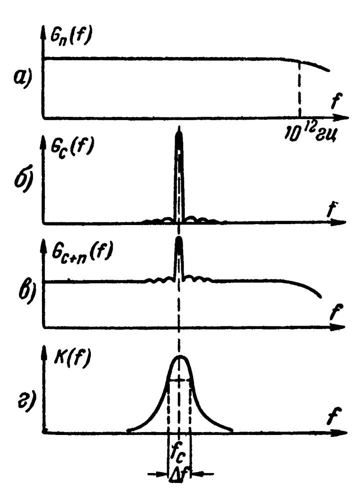
15. ФИЛЬТРАЦИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО СИГНАЛА

В основе метода фильтрации периодического сигнала лежит использование различия между полезным сигналом и помехой, состоящего в том, что помеха является случайным процессом, а сигнал — периодическим. Это поясняется фиг. 23.

Различное временное протекание этих двух процессов является причиной того, что и спектры (речь идет о спект-



Фиг. 23. Случайная помеха и периодический сигнал.



Фиг. 24. Спектры мощности.
а — помехи; *б* — полезного сигнала; *в* — суммы сигнала и помехи; *г* — частотная характеристика фильтра.

рах плотности мощности) случайного шума и полезного сигнала различны: спектр белого шума равномерен до очень высоких частот (порядка $10^{12} \div 10^{13}$ *гц*), а спектр периодического сигнала выражается бесконечно узкой и высокой полоской, параллельной оси ординат. Спектры сигнала, шума и их суммы представлены на фиг. 24. По оси ординат отложена мощность, приходящаяся на единицу полосы.

Это различие в спектрах плотности мощности полезного периодического сигнала и помехи подсказывает, что надо сделать, чтобы выделить сигнал из смеси с помехой: надо смесь сигнала и помехи подать на вход узкополосного фильтра с частотной характеристикой, изображенной на фиг. 24,*г*. Чем у́же полоса пропускания фильтра, тем эффективнее будет «очищаться» сигнал от помехи.

Обозначим полосу пропускания фильтра через Δf_0, а мощность помехи в единице полосы через ρ.

Тогда мощность помехи на выходе фильтра равна:

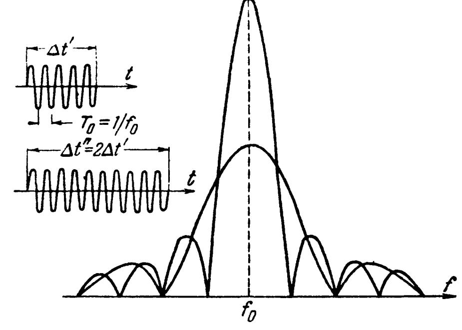
$$P_n = \rho \Delta f_0.$$

Отношение сигнала к помехе на выходе фильтра будет равно:

$$\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вых} = \frac{P_c}{\rho \Delta f_0}. \qquad (38)$$

Применяя фильтры с очень узкой полосой, можно добиться почти полного устранения помехи.

В действительных условиях мы никогда не имеем дела с периодическими (в математическом смысле этого слова) сигналами. Действительные сигналы длятся конечное время. Поэтому полного отделения сигнала от помехи получить нельзя. Спектр конечного отрезка синусоиды оказывается отличным от приведенного ранее; он более «размыт» по шкале частот, причем он простирается тем шире, чем меньше длительность сигнала. Это поясняется фиг. 25. Поскольку фильтр должен пропускать большую часть энергии спектра сигнала, то его полосу в действительных условиях нельзя выбрать бесконечно узкой. Обычно полосу фильтра Δf выбирают, исходя из соотношения



Фиг. 25. Зависимость спектра радиоимпульса от его длительности.

$$\Delta f \Delta t \approx 1,$$

где Δt — длительность сигнала. Тогда

$$\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вых} = \frac{P_c}{\rho} \Delta t. \qquad (39)$$

Это выражение показывает, что отношение средней мощности сигнала к средней мощности помехи на выходе фильтра растет пропорционально длительности сигнала. В свою очередь чем больше отношение средней мощности сигнала к средней мощности помехи на выходе фильтра,

тем меньше и вероятность ошибки при передаче, т. е. выше надежность связи. Таким образом, фильтрация периодического сигнала является одним из методов повышения надежности связи за счет увеличения времени передачи сигналов.

16. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ПРИЕМА

Корреляционный метод приема слабых сигналов использует различие в функциях корреляции полезного сигнала и помехи. На входе приемника действует напряжение, равное сумме периодического сигнала $S(t)$ и случайной помехи $\xi(t)$, т. е.

$$Y(t) = S(t) + \xi(t).$$

Функция корреляции входного напряжения равна:

$$R(\tau) = \overline{Y(t)\,Y(t+\tau)} = \overline{[S(t) + \xi(t)]\,[S(t+\tau) + \xi(t+\tau)]} =$$
$$= \overline{S(t)\,S(t+\tau)} + \overline{\xi(t)\,\xi(t+\tau)} + \overline{S(t+\tau)\,\xi(t)} + \overline{S(t)\,\xi(t+\tau)}.$$

В этом выражении первые два члена представляют собой функции автокорреляции сигнала и автокорреляции помехи соответственно, а последние два члена — функции взаимной корреляции, существующей между сигналом и помехой. Но сигнал и помеха статистически не связаны друг с другом, поэтому последние два члена в написанном выражении равны нулю. Таким образом,

$$R(\tau) = \overline{S(t)\,S(t+\tau)} + \overline{\xi(t)\,\xi(t+\tau)},$$

или

$$R(t) = R_s(\tau) + R_n(\tau),$$

где $R_s(\tau)$ — функция корреляции сигнала;
$R_n(\tau)$ — функция корреляции помехи.

Функция корреляции помехи $R_n(\tau)$ монотонно убывает с увеличением сдвига τ, а функция корреляции периодического сигнала изменяется периодически при изменении τ. Например, если полезный сигнал равен

$$S(t) = A \sin \omega t,$$

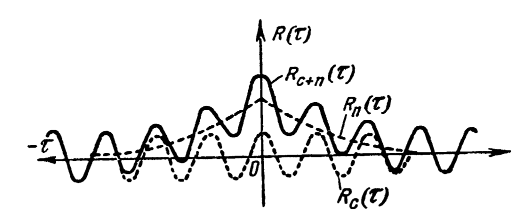
то его функция корреляции разна:

$$R(\tau) = \frac{A^2}{2} \cos \omega\tau.$$

Таким образом, при увеличении временного сдвига τ функции корреляции помехи и сигнала ведут себя так, как изображено на фиг. 26. Существует некоторый сдвиг τ где функция корреляции помехи практически равна нулю. Сле-

дя за поведением функции корреляции суммы сигнал плюс помеха, можно выделить полезный сигнал.

В действительных условиях невозможно точное определение функции корреляции, так как оно требует бесконечно большого времени наблюдения процесса. Поэтому обнаружение слабого сигнала сопровождается ошибкой, которая при постоянном значении τ тем больше, чем значительнее



Фиг. 26. Функции корреляции помехи $[R_n(\tau)]$, периодического сигнала $[R_c(\tau)]$ и их суммы $[R_{c+n}(\tau)]$.

превышение помехи над сигналом на входе корреляционного приемника.

Таким образом, и в корреляционном методе приема, чтобы выделить слабый периодический сигнал из-под шума, необходимо увеличить время передачи этого сигнала.

В настоящее время процесс вычисления функции корреляции механизирован. Существует ряд устройств (механических, электрических, фотоэлектрических и др.), называемых коррелометрами и служащих для нахождения функций корреляции. Коррелометры, применяемые для целей связи, называют корреляционными приемниками.

Входное напряжение подвергается в корреляционном приемнике следующим операциям:

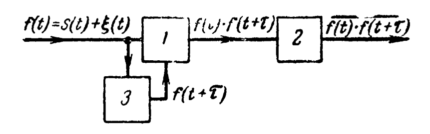
1. Оно сдвигается («задерживается») по времени на интервал τ. Для этой цели можно использовать линию задержки или какое-либо другое устройство.

2. Первоначальный сигнал и его копия, сдвинутая на интервал времени τ, перемножаются (т. е. находятся произведения мгновенных значений в каждый данный момент времени).

3. Полученные мгновенные значения произведений усредняются в интервале времени T (равном длительности сигнала).

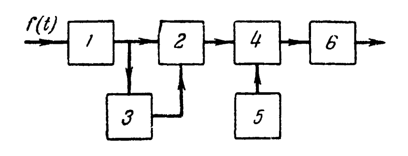
Блок-схема корреляционного приемника, выполняющего эти операции, показана на фиг. 27.

Корреляционный метод можно использовать для приема амплитудно-модулированных колебаний. Блок-схема такого приемника дана на фиг. 28. Усреднение (суммирование) производится накопителем за время T, которое мало по сравнению с периодом наивысшей модулирующей частоты. При этом условии полезный сигнал в интервале T имеет практически постоянную амплитуду. В конце интервала суммирования накопитель мгновенно разряжается. Разряд



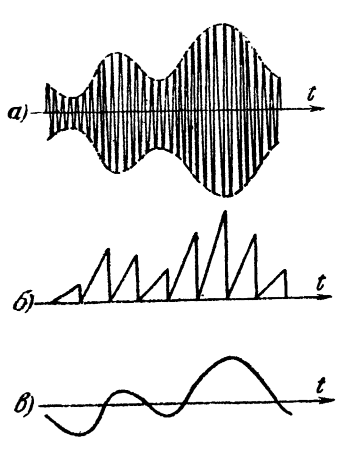
Фиг. 27. Блок-схема автокорреляционного приемника.

1 — умножитель; 2 — усредняющее устройство; 3 — задерживающее устройство.



Фиг. 28. Блок-схема автокорреляционного приемника для амплитудно-модулированных сигналов.

1 — усилитель промежуточной частоты; 2 — умножитель; 3 — линия задержки; 4 — накопитель; 5 — разрядное устройство; 6 — фильтр низкой частоты



Фиг. 29. Напряжение в некоторых точках тракта автокорреляционного приемника.

а — входной сигнал; б — сигнал на выходе накопителя; в — сигнал на выходе фильтра низкой частоты.

накопителя производится периодически через интервал T при помощи какого-либо спускового устройства. Нетрудно установить, что напряжение на выходе накопителя будет представлять собой пилообразную последовательность, которая повторяет форму огибающей амплитудно-модулированного сигнала (фиг. 29). Это пилообразное напряжение сглаживается фильтром низкой частоты, и на выходе приемника, таким образом, получается напряжение, соответствующее передаваемому сигналу.

Сравнение отношения сигнал/помеха на выходе рассмотренного корреляционного приемника с отношением сигнал/помеха на выходе обычного приемника с квадратичным детектором показывает, что оба указанных приемника дают примерно одинаковые результаты. Практическое преимуще-

ство корреляционного приемника состоит в том, что осуществление его может оказаться проще, чем обычного приемника с узкополосным фильтром.

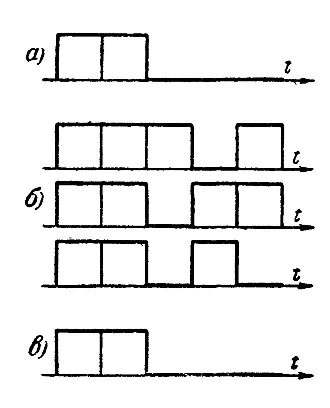
Если вместо сдвинутого по времени на интервал τ входного напряжения подавать на умножающее устройство от местного генератора синусоидальное напряжение той же частоты и фазы, что и напряжение несущей сигнала, то напряжение на выходе приемника будет пропорционально функции взаимной корреляции двух указанных напряжений. Такой приемник называется взаимокорреляционным. Нетрудно видеть, что при $\tau = 0$ взаимокорреляционный приемник имеет ту же схему, что и обычный синхронный детектор. Очевидно, что для правильной работы взаимокорреляционного приемника (для приема амплитудно-модулированных сигналов) необходимо знать частоту и фазу несущей. Иными словами, на приемном конце системы надо иметь значительно больше сведений о сигнале до его приема, чем в случае автокорреляционного приема. Если на приемном конце системы связи располагают этими сведениями, то определение частоты и фазы несущей в результате приема сигнала не сообщает получателю новых сведений; в этом смысле принимаемый взаимокорреляционным приемником сигнал обладает большой избыточностью. Это позволяет надеяться, что взаимокорреляционный метод приема принципиально должен дать лучшие результаты в отношении помехоустойчивости, чем автокорреляционный метод (при разумном использовании этой избыточности).

Теоретические расчеты показывают, что взаимокорреляционный приемник дает больший выигрыш в отношении сигнал/помеха на выходе, чем автокорреляционный при одинаковом времени усреднения T.

17. МЕТОД НАКОПЛЕНИЯ

При использовании метода накопления различие между полезным сигналом и помехой создается путем периодического повторения сигнала. Тогда на приемном конце системы связи мы будем иметь несколько образцов колебания, равного сумме полезного сигнала и помехи, которые можем сличать, сравнивать между собой (например, суммированием). В процессе такого сравнения достаточно длинной серии периодически повторяющихся образцов все случайные изменения, обусловленные присутствием помехи, взаимно компенсируются, и сигнал очищается от помехи. Этот процесс аналогичен тому, что имеет место при повтор-

ных измерениях с целью получения более точного результата. Например, при измерении длины при помощи обычной линейки результат единичного измерения будет зависеть от многих случайных причин: навыка, угла зрения, под которым оператор производит отсчет, и т. п. Поэтому единичное измерение может дать результат, значительно отличающийся от истинного. Повторение измерений и последующее усреднение результатов дают лучшие сведения благодаря взаимной компенсации случайных воздействий, влияющих на результат отдельного измерения.



Фиг. 30. Работа системы с накопителем.

а — переданный сигнал; *б* — принятые сигналы; *в* — сигнал на выходе накопителя.

Использование метода накопления является довольно общим принципом увеличения надежности получаемых сведений, и не только в радиосвязи. Разговаривая по телефону при плохой слышимости из-за помех, мы прибегаем к повторению отдельных слов и фраз. В телеграфии давно известна система с повторением. Работа этой системы происходит следующим образом.

Кодовая комбинация, соответствующая передаваемому знаку, повторяется несколько раз (обычно 3÷4). В приемнике имеется специальное устройство для накопления соответствующих посылок. Устройство накопителя таково, что он выдает знак, соответствующий паузе, если среди принятых кодовых групп есть хотя бы одна пауза. Посылка или пауза, соответствующая данной позиции кодовой комбинации, поступает каждый раз в один и тот же накопитель, так что для правильной работы устройства необходимо синхронное и синфазное подключение накопителей.

Работа накопителей видна из фиг. 30. На фиг. 30,*а* изображен действительно переданный сигнал. В результате воздействия помехи этот сигнал изменился и принял вид фиг. 30,*б*. При повторениях сигнала в силу случайности помехи принятые сигналы отличаются как от переданного, так и от принятого после первой передачи. Однако после суммирования на выходе накопителя получается переданный сигнал (фиг. 30,*в*).

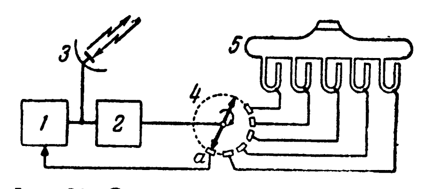
Вероятность ошибки при передаче в этом случае значи-

тельно снижается. Если при одиночной передаче вероятность ошибки равна p, то после n повторений она оказывается примерно равной

$$p_n \approx p^n.$$

Соответственно возрастает и помехоустойчивость системы.

В радиолокации широко пользуются эффектом накопления достаточно часто повторяющихся изображений на экране трубки с большим послесвечением. Наконец, человеческий глаз благодаря инерционности зрения производит накопление повторяющихся изображений.



Фиг. 31. Схема установки, применявшейся при радиолокации Луны.

1 — передатчик; 2 — приемник; 3 — антенна; 4 — вращающийся коммутатор; 5 — накопители.

Применение метода накопления в радиолокации для обнаружения слабых сигналов оказывается особенно удобным, поскольку сигнал представляет собой последовательность периодически повторяющихся импульсов, а приемник находится рядом с передатчиком, так что не возникает затруднений при осуществлении синхронизации работы накопителей. Применяя метод накопления, удалось осуществить успешную радиолокацию Луны, располагая маломощным передатчиком. Отношение сигнала к шуму на входе приемника было около 0,1.

Упрощенная схема установки для радиолокации Луны выглядит следующим образом (фиг. 31). Напряжение с выхода приемника после детектирования поступает в накопители, поочередно подключаемые посредством вращающегося коммутатора. Этот же коммутатор производит управление передатчиком. В качестве накопителей используются водородные вольтаметры (кулонметры), измеряющие количество электричества по количеству электролитически выделяющегося вещества (водорода).

При замыкании отдельным контактом ламели *а* производится включение передатчика, который излучает один импульс. При дальнейшем вращении коммутатора спустя некоторое время другой подвижный контакт начинает поочередно подключать к выходу приемника отдельные накопители. Отраженный от Луны сигнал попадает в соот-

ветствии с расстоянием до нее в один из вольтаметров и накапливает некоторый объем водорода. Во всех других вольтаметрах в это время происходит накопление водорода за счет воздействия только помехи. В силу различия между помехой и сигналом, выражающегося в том, что помеха случайна, а сигнал периодичен, накопление сигнала и помехи происходит по разным законам; энергия сигнала и, следовательно, объем водорода в вольтаметре растут пропорционально квадрату числа повторений n^2, а энергия помехи — пропорционально n.

Таким образом, отношение сигнала к помехе растет пропорционально $n^2/n = n$.

В описываемой установке регистрация сигнала производилась по значительному отклонению уровня в одном из вольтаметров по сравнению с другими.

Сколько же раз надо повторить сигнал в данных условиях, чтобы получить требуемое отношение P_c/P_n на выходе? Пусть, например, $(P_c/P_n)_{вх} = 0{,}1$. Повторением сигнала мы хотим это отношение довести до 3. Тогда необходимое число повторений будет:

$$\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вых} = n\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вх},$$

откуда

$$n = \frac{(P_c/P_n)_{вых}}{(P_c/P_n)_{вх}} = \frac{3}{0{,}1}, \text{ т. е. 30 раз.} \qquad (40)$$

При такой оценке необходимого числа повторений не учитывается, однако, весьма важный факт, состоящий в том, что сумма напряжений помехи, попадающих в данный накопитель, является случайной величиной, колеблющейся (флюктуирующей) около среднего значения. Поэтому не исключена возможность появления флюктуаций помехи, превосходящих накопленное значение сигнала. Следовательно, число повторений сигнала должно быть выбрано с учетом того, чтобы флюктуации помехи с установленной вероятностью не превосходили накопленного значения сигнала. Это можно сделать, прибегнув к теории вероятностей.

Ввиду сравнительной сложности рассуждений мы ограничимся лишь толкованием окончательных результатов.

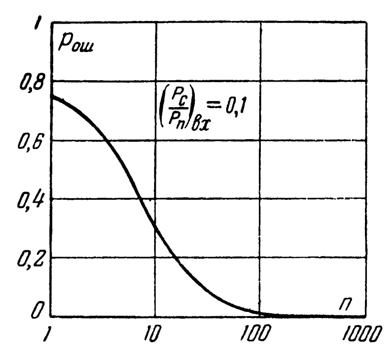
Несколько завышенная оценка дает следующее выражение для необходимого числа повторений n:

$$n < \frac{P_n}{P_c} \cdot \frac{1}{1-p}.$$

Здесь p — допустимая вероятность правильного приема.

Эта формула дает верхний предел необходимого числа повторений. Он зависит от исходного отношения сигнала к помехе, а также от заданной вероятности правильного приема. Расчет по этой формуле числа повторений, необходимого для того, чтобы с вероятностью 0,9 можно было обнаружить сигнал при $\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вх} = 0,1$, дает следующий результат:

$$n < \frac{1}{0,1\,(1-0,9)} = 100 \text{ раз.}$$



Фиг. 32. Зависимость вероятности ошибки от числа повторений сигнала при постоянном соотношении средних мощностей сигнала и помехи.

Этот результат несколько завышен. Действительно необходимое число повторений сигнала лежит в пределах 30÷100.

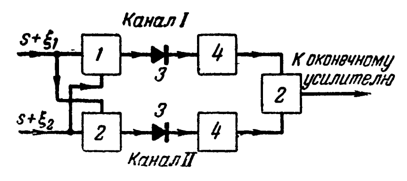
Интересно рассмотреть, как будет изменяться вероятность ошибки при одном и том же $\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вх}$ при увеличении числа повторений. График этой зависимости дан на фиг. 32. При увеличении числа повторений вероятность ошибки резко падает, т. е. ошибки в принятом сообщении будут встречаться все реже.

Для правильной работы описанного выше приемника, использующего накопление сигнала, необходимо, чтобы периодически повторяющиеся сигналы суммировались в накопителе в одной и той же фазе, т. е. период обращения коммутатора должен быть равен периоду повторения сигнала. Только в этом случае сигнал будет попадать все время в один и тот же накопитель.

Осуществление синхронной и синфазной работы коммутатора легко обеспечивается в радиолокации так как приемник и передатчик находятся в одном месте. Иное положение

имеет место при обычной радиосвязи, когда приемник и передатчик часто отстоят друг от друга на тысячи километров.

Как правило, частота и фаза сигнала на приемном конце системы связи неизвестны, и осуществление в этих условиях синхронной и синфазной работы приемника встречает значительные трудности. Здесь, однако, оказывается возможным применить так называемое асинхронное накопление (или накопление после детектирования).



Фиг. 33. Блок-схема приемника с накоплением после детектирования.

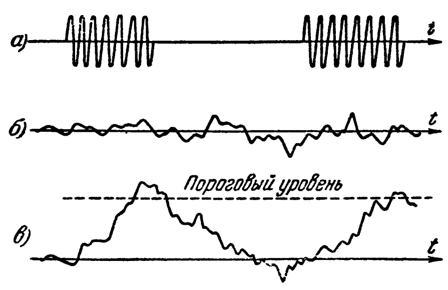
1 — суммирующее устройство; 2 — вычитающее устройство; 3 — детектор; 4 — накопитель.

Сущность метода состоит в том, что достаточно длительный сигнал детектируется (выпрямляется), а затем уже поступает в накопитель. В результате выпрямления среднее значение помехи уже не равно нулю; появляется постоянная составляющая помехи, которая затем накапливается. Обнаружить присутствие сигнала на выходе накопителя в этом случае можно, если каким-либо образом компенсировать это накопленное значение постоянной составляющей помехи.

Компенсация накопленного значения постоянной составляющей помехи производится в схеме, представленной на фиг. 33.

Предполагается, что один и тот же полезный сигнал одновременно передается по двум каналам, помехи в которых имеют одинаковую интенсивность, но независимы статистически. В приемнике имеются также два канала. Сигналы, поступающие на вход обоих каналов, суммируются и вычитаются. Обозначив полезный сигнал в каждом канале через $S(t)$, а помехи через $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ соответственно, найдем, что на выходе суммирующего устройства напряжение равно $2S+\xi_1+\xi_2$, а на выходе вычитающего устройства $\xi_1-\xi_2$. Эти два напряжения далее детектируются и накапливаются. В накопителе канала *I* суммируются как постоянная составляющая сигнала, так и помеха, в накопителе же канала *II* суммируется только помеха. Затем напряжения на выходе двух накопителей вычитаются, в результате чего происходит компенсация накопленного значения постоянной составляющей помехи.

Из описания работы схемы нетрудно видеть, что в отсутствие полезного сигнала напряжение на выходе приемника флюктуирует около нулевого уровня, как это показано на фиг. 34. При передаче полезного сигнала напряжение на выходе приемника благодаря накоплению сигнала растет в среднем по линейному закону. Когда передача сигнала прекращается, накопитель медленно разряжается, и через некоторое время напряжение на выходе снова флюктуирует около нулевого уровня. Таким образом, всякий раз, как появляется сигнал, напряжение на выходе приемника возрастает. Для обнаружения сигнала можно применить оконечное устройство, которое срабатывает лишь тогда, когда напряжение на его входе превышает некоторый порог. Величина этого порога должна быть такой, чтобы флюктуации напряжения в отсутствие полезного сигнала не превышали его и не вызывали ложного срабатывания оконечного устройства.



Фиг. 34. Напряжение на выходе приемника с накоплением после детектирования.

а — переданный сигнал; *б* — на выходе приемника в отсутствие сигнала; *в* — на выходе приемника при наличии сигнала.

Эффект подавления помехи в данной схеме зависит от произведения ширины полосы входного фильтра приемника F на длительность сигнала T.

Теоретический анализ показывает, что отношение сигнал/помеха на выходе приемника с накоплением сигнала после детектирования оказывается равным:

в случае сильного входного сигнала [т. е. когда $\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вх} \gg 1$]

$$\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вых} \approx \left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вх} FT;$$

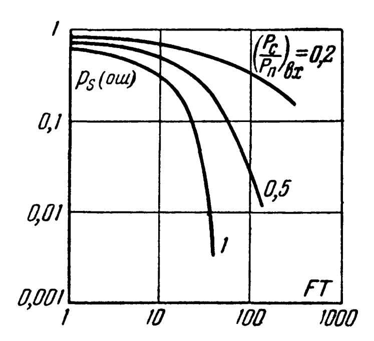
в случае слабого входного сигнала

$$\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вых} \approx \left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вх}^2 FT.$$

Из этих выражений видно, что данный приемник дает такое же отношение сигнал/помеха на выходе, как и приемник с синхронным

накоплением, лишь в случае сильного сигнала (при $n = FT$). При слабом входном сигнале асинхронное накопление вследствие эффекта подавления полезного сигнала помехой в процессе выпрямления дает худшие результаты.

На фиг. 35 представлена зависимость вероятности ошибки (при наличии сигнала) от произведения FT. При фиксированном значении полосы входного фильтра F эта зависимость показывает, как меняется вероятность ошибки с ростом длительности сигнала T.



Фиг. 35. Зависимость вероятности ошибки (при наличии сигнала) от произведения FT.

Вероятность ошибки снижается с ростом длительности сигнала T. Она зависит также от отношения сигнал/помеха на входе приемника, снижаясь по мере роста последнего.

* * *

Итак, во всех рассмотренных методах приема слабых сигналов увеличение помехоустойчивости связи достигается за счет увеличения длительности сигнала. При постоянной средней мощности сигнала это означает, что помехоустойчивость растет с ростом энергии сигнала. Из приведенных ранее соотношений нетрудно получить, что отношение сигнал/помеха на выходе во всех рассмотренных методах может быть выражено как

$$\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вых} = \frac{aE}{N_0}, \qquad (41)$$

где E — энергия сигнала;

N_0 — интенсивность помехи в единице полосы;

a — коэффициент, зависящий от количества избыточных сведений о полезном сигнале; его величина для рассмотренных методов колеблется от 1 до 2.

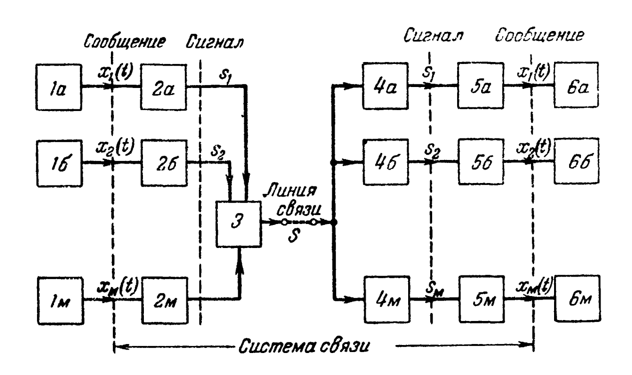
Таким образом, все рассмотренные методы обеспечивают примерно одинаковую помехоустойчивость при одной и той же энергии сигнала и интенсивности помехи на входе. Однако они неравноценны в техническом осуществлении, и на практике может оказаться, что предпочтение будет оказано тому из них, который приводит к более простой и дешевой конструкции приемника.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

МНОГОКАНАЛЬНАЯ СВЯЗЬ

18. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ТЕХНИКИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СВЯЗИ

Многоканальной связью называется связь нескольких пар корреспондентов (отправителей и получателей) по общей линии. При этом каждой паре корреспондентов выделяется свой канал связи. Линия, по которой организована многоканальная связь, называется многоканальной линией связи. Многоканальные линии имеют существенные эконо-



Фиг. 36. Скелетная схема многоканальной линии связи.

1а, 1б, . . . , 1м — отправители; *2а, 2б, . . ., 2м* — передатчики; *3* — суммирующее устройство; *4а, 4б, . . ., 4м* — приемники; *5а, 5б, . . ., 5м* — преобразователи сигналов в сообщение; *6* — получатели.

мические преимущества перед одноканальными. В проводной связи, например, организация M каналов по одной линии связи равноценна экономии $(M - 1)$ проводных линий. Построение многоканальных линий радиосвязи также весьма целесообразно. Постройка, например, одной радиорелетрансляционной линии для M каналов значительно дешевле, чем постройка такого же числа одноканальных линий связи.

На фиг. 36 приведена в общем виде схема многоканальной линии связи. Сигналы всех M каналов суммируются и передаются по линии связи. Наиболее важным является то обстоятельство, что на приемном конце линии необходимо иметь устройство для разделения сигналов, соответствую-

щих различным отправителям (каналам). Иначе говоря, в отличие от одноканальной системы при создании многоканальной линии связи следует предпринимать дополнительные меры для разделения каналов связи.

Каждое приемное устройство должно выделить из суммы сигналов различных отправителей только сигналы, соответствующие сообщениям, предназначенным данному получателю. При этом должна быть обеспечена полная независимость передачи сообщений различных отправителей. Другими словами, каждому отправителю предоставляется возможность передавать свои сообщения вне зависимости от того, ведется ли передача сообщений по другим каналам или нет. Поскольку сигналы всех каналов передаются по общей линии, то становится очевидным, что наиболее существенным элементом многоканальной системы связи является устройство для разделения каналов связи или, точнее, устройство для разделения сигналов различных отправителей. Свойство приемного устройства выделять (избирать) сигналы определенного канала называется избирательностью.

Заметим также, что задача разделения сигналов имеет некоторое сходство с задачей отделения сигналов от помех: и в том и в другом случаях мы имеем некоторую сумму электрических токов или напряжений, из которых выделяется нужный сигнал. При разделении сигналов различных каналов необходимо по возможности очистить сигналы данного канала от мешающего воздействия сигналов других каналов. Иначе говоря, мешающее действие сигналов соседних каналов можно рассматривать как помеху, свойственную многоканальной связи.

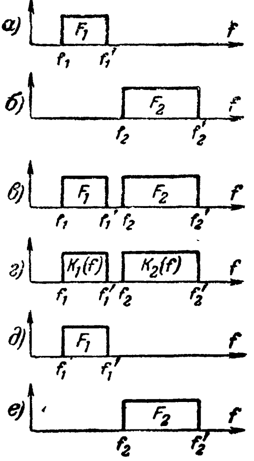
Наряду со сходством задачи разделения сигналов с задачей отделения сигнала от помех между ними имеется и большое различие. Обычные помехи, возникающие в линии, имеют произвольный характер. Форму сигнала при многоканальной связи мы имеем возможность выбирать такой, чтобы взаимное мешающее действие между каналами было наименьшим. Для этого сигналам разных каналов нужно присвоить определенные признаки, по которым приемное устройство будет сигналы разделять.

Естественно предположить, что наилучшее разделение сигналов можно осуществить лишь при определенном сочетании свойств сигналов и характеристик линии связи.

Поясним это положение на примере частотного разделения каналов.

19. ЧАСТОТНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ КАНАЛОВ

Сущность частотного способа разделения каналов состоит в следующем. Поскольку всякий реальный сигнал должен содержать подавляющую часть своей энергии в пределах ограниченного по ширине спектра частот, то при организации многоканальной связи для передачи сигналов каждого отдельного канала отводится определенный участок общей полосы пропускаемых линией частот.



Фиг. 37. Спектры сигналов двухканальной системы связи с частотным разделением.

а — сигнала первого канала; *б* — сигнала второго канала; *в* — линейного сигнала; *г* — частотные характеристики фильтров; *д* — на выходе первого фильтра; *е* — на выходе второго фильтра.

Таким образом, передающее устройство каждого отправителя обязано посылать в линию сигналы, частотный спектр которых полностью вмещается в отведенную данному каналу полосу частот.

На приемном конце каждого канала связи создается совокупность напряжений (или токов) всех частот, образующих линейный сигнал многоканальной связи. Чтобы выделить напряжения частот, которые отображают сообщение, принадлежащее определенному отправителю, и подавить напряжения других частот, приемное устройство должно содержать частотные фильтры. Частотный фильтр каждого канала пропустит только спектр частот своего канала и не пропустит частоты других каналов. Разделение сигналов посредством частотных фильтров называется частотным разделением.

В случае частотного разделения условие отсутствия взаимных помех между каналами состоит в том, что сигналы различных каналов должны размещаться в неперекрывающихся частотных полосах, т. е. чтобы ни одна из частот данного канала не попадала в полосу частот других каналов.

Поясним сказанное примером двухканальной линии с частотным разделением (фиг. 37). Пусть первому каналу связи отведена полоса частот от f_1 до f_1', а второму — полоса частот от f_2 до f_2', т. е. сигналы первого канала имеют спектр F_1, а сигналы второго канала — спектр F_2. Условие разделимости сигналов в этом случае сводится к тому, чтобы ни одна частота из спектра F_1 не попадала в спектр

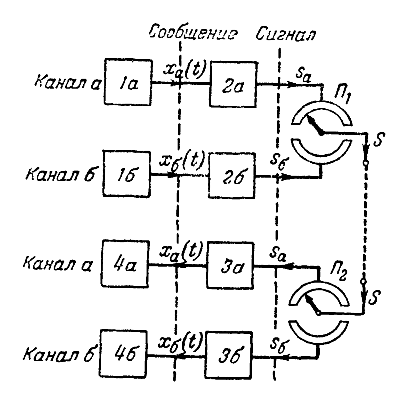
сигнала F_2 и наоборот. Иначе говоря, спектры F_1 и F_2 не должны взаимно перекрываться.

При организации M-канальной связи на приемном конце необходимо иметь такое же количество частотных фильтров для разделения сигналов различных отправителей.

В качестве частотных фильтров (например, в радиовещательных приемниках) могут быть использованы обычные колебательные контуры и полосовые фильтры.

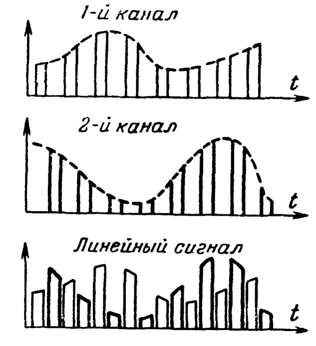
20. ВРЕМЕННОЙ СПОСОБ РАЗДЕЛЕНИЯ КАНАЛОВ

На основании теоремы Котельникова известно, что любую непрерывную функцию с ограниченным спектром можно передавать при помощи последовательности дискретных



Фиг. 38. Система временного разделения каналов.

1а и *1б* — отправители; *2а* и *2б* — передатчики; $П_1$ и $П_2$—распределители; *3а* и *3б* — приемники; *4а* и *4б* — получатели.



Фиг. 39. Сигналы в двухканальной системе с временным разделением.

импульсов. По полученным в месте приема импульсам можно полностью восстановить переданную функцию (сообщение). Импульсные методы передачи допускают также организацию многоканальной связи с разделением каналов по времени.

В системах временного разделения каналов (фиг. 38) линия связи при помощи вращающегося переключателя (распределителя) $П_1$ поочередно представляется для передачи сигналов различных отправителей. Распределитель $П_2$ на приемном конце осуществляет избирание сигналов по времени, т. е. разделяет сигналы разных каналов. При этом каждому каналу отводится определенная часть общего времени использования линии.

В качестве примера на фиг. 39 изображен процесс работы двухканальной проводной телефонной линии с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ). Для полного разделения сигналов необходимо, чтобы переключатели $П_1$ и $П_2$ вращались с одинаковой скоростью (синхронно). Кроме того, переключатели должны одновременно подключать к линии либо первую пару корреспондентов, либо вторую (синфазно). Другими словами, при временно́м разделении сигналы, принадлежащие данному каналу, передаются в интервалы времени, свободные от сигналов других каналов. Условие разделимости сигналов при временно́м разделении сводится к тому, чтобы сигналы различных каналов не перекрывались во времени.

21. РАЗДЕЛЕНИЕ ПО УРОВНЮ

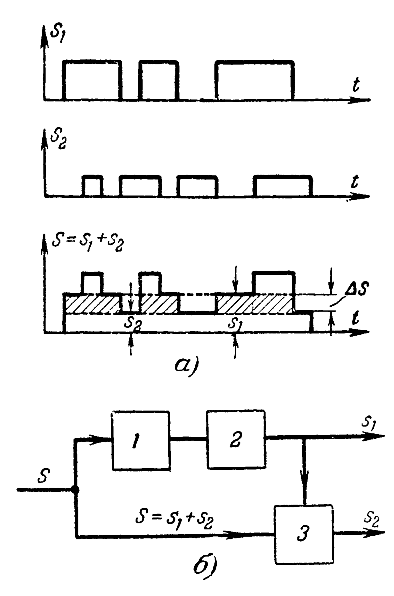
Интересно рассмотреть случай, когда сигналы разных каналов не только передаются одновременно, но и совпадают по форме, т. е. их частотные спектры перекрываются. Различаются сигналы только величиной (например, амплитудой). Пусть имеется трехканальная система с разделением сигналов по амплитуде. Условимся, что сигналы первого канала передаются с амплитудой $s_1 = 1$, второго канала — с амплитудой $s_2 = 2$, а сигналы третьего канала передаются импульсами высотой $s_3 = 3$. Оказывается, что такой выбор уровней сигналов разных каналов не позволяет произвести их разделение в месте приема. В самом деле, если, например, будет принят сигнал с уровнем $s = 3$, то невозможно сказать, соответствует ли это переданному сигналу третьего канала $s = s_3 = 3$ или сумме сигналов второго и первого каналов $s = s_2 + s_1 = 2 + 1 = 3$. Для образования разделимых сигналов нужно выбирать уровни сигналов по определенному правилу.

Обратим внимание на тот факт, что в простейшем случае двухканальной линии сигналы обоих каналов s_1 и s_2 всегда могут быть разделены, если только их амплитуды отличаются друг от друга. Пусть, например, амплитуда s_1 будет больше амплитуды сигнала s_2 на величину Δs, т. е. $\Delta s = s_1 - s_2$ (фиг. 40,*а*). Тогда на входе разделяющего устройства будем иметь смесь двух сигналов: $s_1 + s_2$. Для выделения сигнала первого канала из смеси нужно как-то вырезать из суммарного сигнала полоску между уровнями s_2 и $s_2 + \Delta s$ или, как говорят, ограничить сигнал снизу на уровне s_2, а сверху на уровне $s_2 + \Delta s$. В результате ограниче-

ния получим сигнал первого канала, уменьшенный в

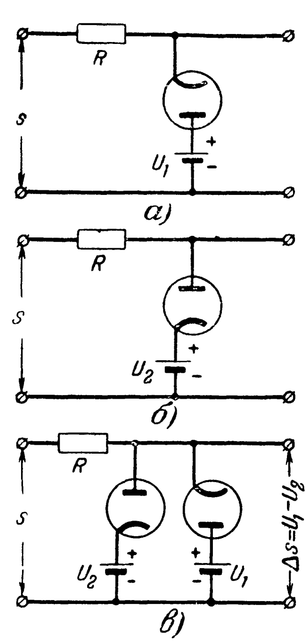
$$K_0 = \frac{s_1}{\Delta s} = \frac{s_1}{s_1 - s_2} \text{ раз.}$$

Чтобы выделить сигнал второго канала, сигнал первого канала, усиленный в K_0 раз, вычитается из суммы сигналов. Таким образом, разделяющее устройство можно по-



Фиг. 40. Разделение сигналов по уровню.

а — графики сигналов первого и второго каналов и их суммы; *б*—блок-схема приемного устройства; *1*—ограничитель; *2* — усилитель; *3* — вычитающее устройство.



Фиг. 41. Схемы ограничителей.

а — по минимуму; *б* — по максимуму; *в* — по максимуму и минимуму.

строить в соответствии с блок-схемой фиг. 40,*б*. Для ограничения по минимуму используется схема фиг. 41,*а*. Ток через диод (фиг. 41,*а*) протекает тогда, когда напряжение сигнала не превосходит величины напряжения U_1. Ограничитель по максимуму можно выполнить по схеме фиг. 41,*б*. Здесь ток через диод будет протекать только тогда, когда напряжение сигнала будет больше напряжения U_2. Сопротивление R выбирается настолько большим, чтобы при протекании тока через него и диоды падением напряжения на диодах можно было пренебречь.

Иначе говоря, при протекании тока через диод напряжение на выходе резко уменьшается, т. е. ограничивается. Выбор уровней ограничения определяется необходимой величиной Δs, а также уровнями сигналов. Регулируя напряжения U_1 и U_2, можно установить любой уровень ограничения (фиг. 41,*в*).

Одним из правил, пригодных для образования сигналов, которые можно разделить по их уровню, является геометрическая прогрессия. Каждый член геометрической прогрессии образуется путем умножения предыдущего на постоянный коэффициент q — знаменатель прогрессии:

$$1,\ q,\ q^2,\ q^3, \ldots,\ q^{м-1}. \qquad (42)$$

В частности, если взять $q = {}^1/_2$, то для $М$-канальной системы высота полоски между уровнями ограничения оказывается неизменной для любого канала и равной $\Delta s = \left(\frac{1}{2}\right)^{(м-1)}$. При этом уровни сигналов отдельных каналов будут равны:

$$s_1 = 1;\ s_2 = q = \frac{1}{2};\ s_3 = q^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}; \ldots;\ s_м = \left(\frac{1}{2}\right)^{м-1}.$$

Нужно заметить, что в данном случае разделение сигналов оказалось возможным лишь с применением нелинейных элементов — ограничителей. (Под нелинейными элементами понимают такие, в которых зависимость тока от напряжения отличается от прямой пропорциональности.)

22. РАЗДЕЛЕНИЕ ПО ФОРМЕ

Можно ли разделить сигналы, если они имеют взаимно перекрывающиеся спектры частот и накладываются во времени друг на друга? Теория разделения отвечает на этот вопрос утвердительно лишь при условии, если сигналы будут при этом обладать особыми отличительными признаками, а именно отвечать условно линейной независимости.

В качестве примера снова рассмотрим двухканальную систему связи. Пусть в качестве переносчиков используются электрические напряжения или токи, описываемые членами степенного ряда

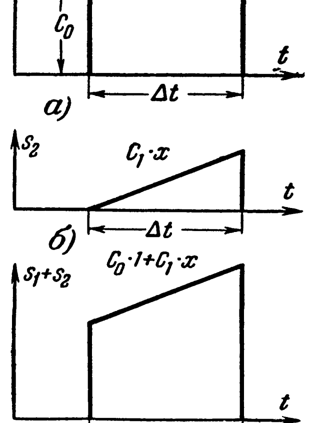
$$1;\ x;\ x^2;\ x^3; \ldots;\ x^м,$$

т. е. сигнал первого канала будет $s_1(t) = C_0 \cdot 1$ (фиг. 42,*а*), а сигналом второго канала будет второй член ряда

$s_2(t) = C_1 x$ (фиг. 42,*б*). На вход разделяющего устройства поступает смесь обоих сигналов (фиг. 42,*в*):

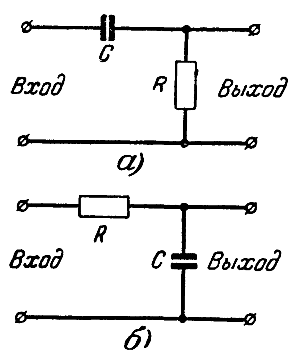
$$S = s_1(t) + s_2(t) = C_0 \cdot 1 + C_1 x. \tag{43}$$

Пусть разделяющее устройство содержит элементы, реагирующие на форму сигнала. В данном случае такими элементами могут служить так называемые дифференцирующая цепь из емкости C и сопротивления R (фиг. 43,*а*) и интегрирующая цепь (фиг. 43,*б*). Действие дифференцирующей цепи состоит в том, что она реагирует на «скорость» изменения сигнала. Так, например, в интервале Δt (фиг. 42,*а*) «скорость» изменения сигнала равна нулю (постоянный ток), поэтому и отклик на выходе цепи от такого воздействия будет равен нулю. При воздействии напряжения, изменяющегося с постоянной скоростью (линейно) (фиг. 42,*б*), на выходе цепи получим отклик, величина которого в интервале Δt не меняется.



Фиг. 42. Сигналы, различимые по их форме.

а — первого канала, $S_1(t) = C_0 \cdot 1$; *б* — второго канала, $S_2(t) = C_1 x$; *в* — смесь сигналов первого и второго каналов, $S = C_0 \cdot 1 + C_1 x$.



Фиг. 43. Разделяющие устройства, реагирующие на форму сигнала.

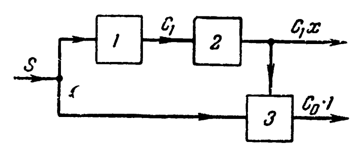
а — дифференцирующая цепь; *б* — интегрирующая цепь.

Действие интегрирующей цепи в некотором смысле противоположно действию дифференцирующей. При воздействии на дифференцирующую цепь напряжения, линейно нарастающего во времени, на выходе цепи получается отклик постоянной величины; при воздействии на интегрирующую цепь напряжения, величина которого не меняется

в пределах интервала Δt, на выходе этой цепи получается линейно нарастающее напряжение.

Принцип действия разделяющего устройства двухканальной системы можно уяснить из скелетной схемы фиг. 44.

Линейный сигнал $S=C_0 \cdot 1+ C_1 x$ подается сначала на дифференцирующую цепь. На выходе этой цепочки от первого слагаемого $C_0 \cdot 1$ отклик будет равен нулю, а от воздействия сигнала второго канала отклик будет равен C_1. Если теперь отклик C_1 подать на интегрирующую цепь, то получим на выходе напряжение сигнала второго канала $C_1 x$, выделенное из линейного сигнала. Сигнал первого канала выделяется путем вычитания сигнала второго канала из линейного сигнала.



Фиг. 44. Блок-схема устройства, разделяющего сигналы по их форме.

1 — дифференцирующая цепь; *2* — интегрирующая цепь; *3* — вычитающее устройство.

Аналогичным образом можно построить схему для разделения по форме большего числа каналов.

23. КОМБИНАЦИОННОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ

Мы рассмотрели способы разделения по частоте, времени, форме и уровню. Существуют ли еще какие-нибудь признаки, опираясь на которые можно производить разделение сигналов? С этой точки зрения полезно познакомиться с так называемым комбинационным разделением. Начнем опять с простейшего случая двухканальной системы. Пусть оба канала работают двоичным кодом с элементами 0 и 1; при этом оказываются возможными четыре разные комбинации сигналов в обоих каналах:

№ комбинации	I	II	III	IV
Канал 1	0	1	0	1
Канал 2	0	0	1	1
Сумма сигналов	0	1	1	2

Из таблицы видно, что если принят сигнал, равный 1, то неизвестно, какому каналу он принадлежит. Однако из той же таблицы видно, что все четыре комбинации отли-

чаются друг от друга. Поэтому вместо суммарного сигнала можно передавать номер комбинации, так как этот номер однозначно определяет сигналы каждого канала. Задача сводится к передаче четырех чисел, причем эти числа могут быть переданы различными способами (с любым кодом и модуляцией). При такой передаче линейный сигнал является отображением определенной комбинации сигналов различных каналов. Разделение сигналов, основанное на различии в комбинациях сигналов разных каналов, называется комбинационным разделением.

Известным примером комбинационного разделения является система двухканального частотного телеграфирования (ДЧТ). Для передачи четырех комбинаций сигналов используются четыре разные частоты. В общем случае M-канальной системы при основании кода n потребуется передавать линейный сигнал, состоящий из

$$N = n^{M}$$

различных комбинаций. Каждая комбинация будет соответствовать сигналу определенного канала.

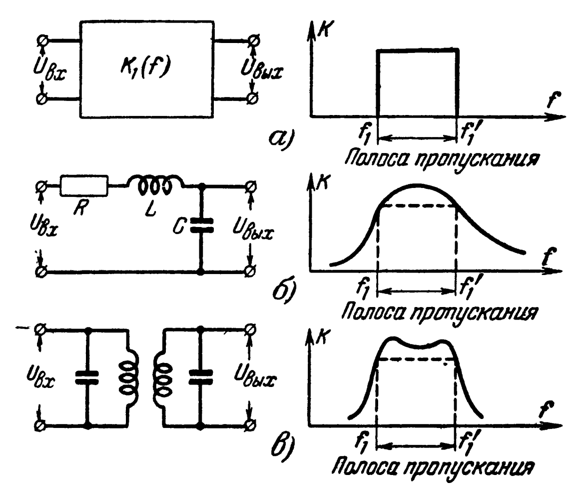
Как в случаях частотного и временно́го разделения, так и в случаях разделения по иным признакам, предполагалось, что разделяющие устройства полностью разделяют сигналы различных каналов. Однако в реальных условиях между каналами всегда имеются взаимные помехи. К выяснению природы этих помех мы и перейдем.

24. ВЗАИМНЫЕ ПОМЕХИ МЕЖДУ КАНАЛАМИ

С точки зрения возможности полного разделения сигналов по их частотному признаку задача сводится к созданию идеальных частотных фильтров (фиг. 45,*а*), которые реагировали бы только на синусоидальные колебания в определенной полосе частот и не реагировали бы совершенно на колебания других частот.

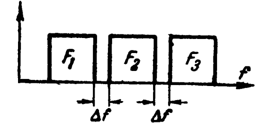
В основу частотного способа разделения сигналов первоначально было положено явление гармонического резонанса в колебательном контуре. Резонансом называется свойство колебательного контура откликаться наиболее сильно на гармонические (синусоидальные) колебания, входящие в некоторую полосу вблизи его резонансной частоты, и реагировать с меньшей интенсивностью на колебания других частот. Свойства контура как избирательного элемента достаточно полно описываются его частотной характеристикой $A(f)$, т. е. зависимостью величины отклика, например напряже-

ния на выходе контура, от частоты воздействующего напряжения на входе. Типичная частотная характеристика реального контура приведена на фиг. 45,*б*. Мы видим, что контур



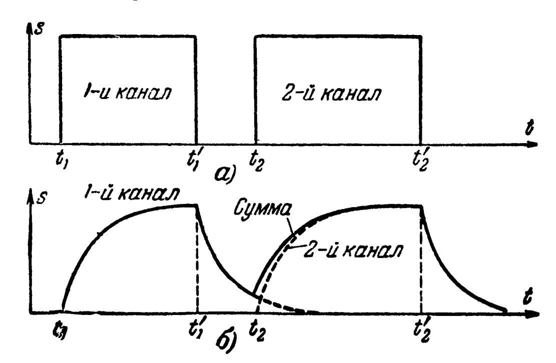
Фиг. 45. Частотные фильтры.
а — идеальный; *б* — колебательный контур; *в* — полосовой.

пропускает не только частоты, входящие в полосу пропускания, но также и частоты за ее пределами. Частоты соседних каналов, прошедшие через контур, оказывают мешающее действие при приеме полезного сигнала. Некоторое уменьшение мешающего действия получается при использовании в качестве частотного фильтра системы связанных контуров (фиг. 45,*в*). В этом случае напряжения мешающих частот ослабляются сильнее, нежели одиночным контуром. Однако и здесь полного подавления мешающего действия получить не удается. Поэтому при проектировании многоканальных линий в реальных условиях приходится учитывать мешающее действие между каналами. Для ослабления взаимных помех между каналами оставляются так называемые защитные полосы Δf (фиг. 46). Наличие взаимных помех приводит к уменьшению пропускной способности линии связи, а также к снижению емкости каждого из каналов.



Фиг. 46. Расположение спектров сигналов и защитных полос. Спектры сигналов F_1, F_2, F_3, ..., $F_м$ разделяются защитными полосами Δf.

Взаимные помехи между каналами имеют место и при временном разделении сигналов. Всякая линия связи по своей физической природе содержит элементы, способные накапливать электрическую энергию. При передаче сигналов это накопительное свойство линии проявляется в ее «инерционности». Такими инерционными элементами являются, например, индуктивность проводов и емкость между ними при передаче по проводным линиям связи.



Фиг. 47. Искажение сигналов линией.
а — сигналы на входе линии; *б* — сигналы на выходе линии.

Пусть на входе проводной двухканальной линии (фиг. 47,*а*) действует сумма сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$. Тогда за счет наличия индуктивности и емкости в линии форма сигналов на выходе будет заметно искажена (фиг. 47,*б*). Искажения будут тем сильнее, чем больше емкость и индуктивность линии. Искажения обусловливаются тем, что энергия, запасенная в линии от сигнала первого канала, на выходе линии суммируется с энергией сигнала второго канала. Пропускная способность многоканальной линии, таким образом, оказывается ограниченной даже в отсутствие всяких иных помех, кроме помех между каналами. Из приведенных примеров становится ясным, что при организации многоканальных линий связи приходится предпринимать дополнительные меры к уменьшению взаимного мешающего действия между отдельными каналами.

25. ОСНОВЫ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ РАЗДЕЛЕНИЯ СИГНАЛОВ

Под разделением сигналов мы условились понимать операцию выделения (избирания) определенного сигнала из совокупности всех переданных.

Чтобы избирательное устройство было в состоянии отличить один сигнал от другого, очевидно, должны существовать определенные признаки, присущие только данному сигналу. Такими признаками в общем случае могут быть параметры переносчика, например амплитуда, частота и фаза для переменного тока, величина и направление — в случае постоянного тока и т. п. В соответствии с используемым для разделения признаком различаются и способы разделения: амплитудный, частотный, фазовый и т. п.

Перейдем теперь к вопросу об общих свойствах сигналов, пригодных для одновременной и независимой передачи по многоканальной линии связи.

Пусть, например, необходимо организовать M-канальную связь по одной общей линии связи. В свою очередь линия связи оказывается пригодной для передачи переносчиков любого k-того канала $\psi_k(t)$. Если, далее, передаваемое по k-тому каналу сообщение характеризовать некоторым коэффициентом C_k, то сигнал k-того канала (канальный сигнал) можно представить в виде:

$$s_k = C_k \psi_k(t). \tag{44}$$

Коэффициент C_k может отображать собой, например, букву передаваемого текста или мгновенное значение функции при передаче непрерывных сообщений.

Для суммы всех M сигналов многоканальной линии, образующих линейный сигнал, можно записать:

$$S = s_1 + s_2 + s_3 + \ldots + s_M = C_1\psi_1(t) + C_2\psi_2(t) + \ldots$$

$$\ldots + C_M\psi_M(t) = \sum_{k=1}^{k=M} C_k\psi_k(t). \tag{45}$$

Сумма сигналов всех M каналов передается по линии связи.

Для разделения сигналов этих M каналов на приемном конце линии необходимо иметь M избирательных устройств, причем каждое k-тое избирательное приемное устройство должно выполнять операцию выделения k-того сигнала. Действие приемного устройства, в результате которого происходит выделение сигналов определенного k-того канала, будем для краткости условно обозначать так называемым оператором разделения Γ_k. Приемное устройство, описываемое оператором разделения Γ_k, только тогда выделит сигнал s_k, когда оно совершенно не будет реагировать на сигналы других каналов. Другими словами, k-тое приемное устройство наиболее сильно должно реагировать („откликаться") только на сигнал s_k и не должно откликаться на все остальные сигналы.

Теперь уже легко сформулировать операцию разделения сигналов в математическом виде.

Обозначим через $u_k(t)$ отклик, т. е. результат воздействия линейного сигнала S на приемное устройство k-того канала Γ_k (фиг. 48), т. е.

$$\Gamma_k S = u_k(t).$$

На входе каждого k-того приемного устройства многоканальной линии действует сумма сигналов всех M каналов.

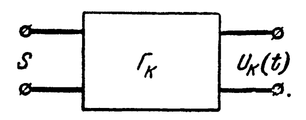
Для того чтобы приемное устройство Γ_k было избирательным по отношению к сигналам $s_k(t)$, необходимо, чтобы его отклики на все другие сигналы были равны нулю. Через k-тое приемное устройство должен пройти только сигнал k-того канала $s_k(t)$:

$$\Gamma_k S = \Gamma_k s_1 + \Gamma_k s_2 + \Gamma_k s_3 + \ldots + \Gamma_k s_k + \ldots + \Gamma_k s_M = \Gamma_k s_k,$$

или, подставляя значения S из (45), получим:

$$\Gamma_k S = \Gamma_k C_1 \psi_1(t) + \Gamma_k C_2 \psi_2(t) + \Gamma_k C_3 \psi_3(t) + \ldots$$
$$\ldots + \Gamma_k C_k \psi_k(t) + \ldots + \Gamma_k C_M \psi_M(t) = C_k \psi_k. \quad (46)$$

Физический смысл полученного выражения (46) состоит в том что каждое приемное устройство должно реагировать только на свои сигналы и не должно откликаться на сигналы других каналов.



Фиг. 48. Воздействие линейного сигнала S на приемное устройство k-того канала.

Сформулируем теперь основное условие, которому должны удовлетворять сигналы отдельных каналов, чтобы их можно было разделить. Необходимым и достаточным условием разделимости сигналов s_k является условие линейной независимости, состоящее в том, что равенство

$$C_1 \psi_1(t) + C_2 \psi_2(t) + \ldots + C_M \psi_M(t) = 0 \quad (47)$$

может выполняться только в том единственном случае, когда все коэффициенты C_k одновременно равны нулю. Если же окажется возможным подобрать такие коэффициенты C_k, не равные нулю ($C_k \neq 0$), при которых условие (47) удовлетворяется, то сигналы станут линейно зависимыми и разделить их будет невозможно.

С физической стороны условие линейной независимости означает, что для разделимости сигналов прежде всего нужно переносчикам разных каналов придать особые отличительные признаки. Убедимся в этом на примере частотного и временно́го способов разделения сигналов. Как уже упоминалось, для разделения сигналов по частотному признаку необходимо, чтобы сигналы занимали неперекрывающиеся полосы частот, а частотные фильтры пропускали лишь сигналы определенных каналов и не пропускали сигналов других каналов.

Это требование легко подтверждается только что изложенными основными положениями теории разделения сигналов.

Будем считать частотную характеристику фильтра $A(f)$, т. е. зависимость амплитуды откликов фильтра от частоты воздействующих на входе синусоидальных напряжений, оператором разделения. Основанием к этому является то обстоятельство, что частотная характеристика фильтра достаточно полно описывает свойства фильтра как разделяющего устройства. Частотная характеристика показывает, насколько хорошо фильтр пропускает одни частоты по сравнению с другими.

Если обозначить ширину спектра k-того канала через F_k, то общий спектр линейного сигнала будет занимать диапазон частот

$$F = F_1 + F_2 + \ldots + F_M = \sum_{k=1}^{k=M} F_k.$$

Если, далее, обозначить через $A_k(f)$ частотную характеристику фильтра k-того канала, то операцию разделения сигналов по частотному признаку можно записать в виде:

$$A_k(f)F = A_k(f)F_1 + A_k(f)F_2 + \ldots + A_k(f)F_k + \ldots$$
$$\ldots + A_k(f)F_M = F_k.$$

Это оказывается возможным только в том случае, если

$$A_k(f) = 1 \text{ для полосы частот } F_k$$

и

$$A_k(f) = 0 \text{ для всех других частот,}$$

т. е. если фильтр пропускает только частоты k-того канала и совершенно не пропускает частот всех других каналов. Частотные характеристики фильтров $A_1(f)$ и $A_2(f)$ должны при этом обладать следующими свойствами:

$$\left\{\begin{array}{l} A_1(f) = 1 \text{ для частот от } f_1 \text{ до } f_1' \\ A_1(f) = 0 \text{ для частот от } f_2 \text{ до } f_2' \end{array}\right\};$$

$$\left\{\begin{array}{l} A_2(f) = 1 \text{ для частот от } f_2 \text{ до } f_2' \\ A_2(f) = 0 \text{ для частот от } f_1 \text{ до } f_1' \end{array}\right\}.$$

Тогда в результате воздействия линейного сигнала F на частотный фильтр первого канала на выходе $A_1(f)$ будем иметь:

$$A_1(f)F = A_1(f)F_1 + A_2(f)F_2 = F_1,$$

а на выходе второго фильтра $A_2(f)$

$$A_2(f)F = A_2(f)F_1 + A_2(f)F_2 = F_2.$$

Таким образом, действие частотного фильтра можно рассматривать как вырезание из спектра линейного сигнала лишь той его части, которая образована сигналом определенного канала.

Другой пример. При временно́м разделении по линии в любой момент времени передается только один сигнал. Поэтому условие линейной независимости

$$C_1\psi_1(t) + C_2\psi_2(t) + C_3\psi_3(t) + \ldots + C_M\psi_M(t) = 0$$

вырождается и принимает вид:

$$C_k\psi_k(t) = 0, \qquad (48)$$

а это возможно только в том случае, если $C_k = 0$. Оператором разделения k-того канала Γ_k в данном случае является временная характеристика переключателя Π_k, равная единице при замыкании и нулю при размыкании.

С учетом сказанного операцию разделения сигналов можно записать так:

$$П_k C_1 \psi_1 (t) + П_k C_2 \psi_2 (t) + \ldots + П_k C_k \psi_k (t) + \ldots + П_k C_M \psi_M (t) = \\ = П_k C_k \psi_k (t) = C_k, \qquad (49)$$

или

$П_k \psi_k (t) = 1$ при подключении к линии k-той пары корреспондентов;

$П_k \psi_k (t) = 0$ при подключении к линии всех других пар корреспондентов.

Таким образом, если сигналы различных каналов передаются в различные временные интервалы, то для их разделения необходимо иметь идеальный переключатель, который замыкался бы только на время действия сигнала данного канала.

Пользуясь признаком линейной независимости сигналов, можно не только описывать действие уже известных способов разделения сигналов, но также и изыскивать новые способы разделения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Характерной особенностью общей теории связи или, как ее иногда называют, теории информации, элементы которой изложены в данной книге, является широкое обобщение понятий, относящихся к передаче и приему различных сообщений.

Проблемы увеличения пропускной способности систем связи и их помехоустойчивости являются основными в технике связи. Обе эти проблемы решаются общей теорией связи на основе наиболее полного изучения и использования статистических свойств сообщений, сигналов и помех.

Введение универсальной меры количества сведений, передаваемых по каналу связи, позволяет производить объективную оценку как существующих систем связи, так и проектируемых по их пропускной способности и помехоустойчивости. Важным результатом общей теории связи является установление взаимосвязи между помехоустойчивостью и пропускной способностью: повышение помехоустойчивости влечет за собой уменьшение пропускной способности. Некоторые из возможностей совершенствования систем связи, подсказываемые общей теорией связи, уже реализованы, другие близки к реализации.

Значение общей теории связи не исчерпывается только тем, что она открывает принципиально новые возможности

для техники связи; она начинает оказывать все более плодотворное влияние и на другие отрасли науки и техники.

Так, например, методы общей теории связи находят применение при решении проблемы повышения дальности действия радиолокационных устройств — проблема, которую невозможно решать без использования статистических характеристик сигналов и помех.

Широко применяются статистические методы в автоматике, телеметрии и телеуправлении. Методы оптимального кодирования используются при проектировании вычислительных машин.

Имеются попытки использования понятий общей теории связи при изучении процессов деятельности нервной системы.

В настоящее время многие из возможностей практического улучшения радиотехнических устройств на базе общей теории связи еще ждут своего разрешения, и здесь большую роль могут сыграть сегодняшние радиолюбители — будущие радиоспециалисты, вооруженные знанием общей теории связи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ И КОДИРОВАНИЕ

Обычно передаваемые сообщения составляются из определенного числа элементарных символов (алфавита). В этом случае каждому символу можно поставить в соответствие некоторое число, например, просто пронумеровав символы. Если такая замена произведена, то задача связи будет состоять в передаче полученных чисел. Если передается русский печатный текст, то все возможные сообщения составляются из 32 элементарных символов (букв алфавита), если не говорить о знаках препинания. Перенумеровав буквы алфавита, т. е. заменив букву а на 1, б на 2 и т. д., мы вместо букв должны передавать числа.

Известно, что одно и то же число можно записать в различных системах счисления. Общепринятой является десятичная система счисления, в которой любое число записывается с помощью десяти различных цифр (0, 1, 2, ..., 9). Общее количество этих цифр называют основанием системы счисления. Посредством одной цифры в десятичной системе можно записать любое число, не превосходящее 9. Число 10 записывается уже двумя цифрами.

Число 10 можно прочесть так:

один десяток+нуль единиц

Подобная система называется разрядной: в зависимости от места, которое цифра занимает, одна и та же цифра означает разное число. В десятичной системе имеются разряды единиц, десятков, сотен и т. д.

Любое число в десятичной разрядной системе записывается по формуле

$$N = a \cdot 10^0 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + ...,$$

где $a, b, c, d, ...$ — цифры от 0 до 9.

Таким образом, в десятичной системе любое число представляется суммой по степеням числа 10 (по степеням основания системы счисления).

Ясно, что в качестве основания системы счисления можно взять любое целое число m, а не обязательно 10. При этом то же число N будет записано как

$$N = \alpha \cdot m^0 + \beta \cdot m^1 + \gamma \cdot m^2 + \ldots, \quad (1)$$

где m — основание системы счисления;
$\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ — цифры, не превосходящие $m - 1$.

Если количество различных цифр, которые используются для записи любого числа, равно двум (0 и 1), то система счисления называется двоичной.

Двоичная система счисления имеет особое значение как в технике связи, так и в других областях (автоматике, телемеханике, технике вычислительных машин). Отчасти это объясняется тем, что электрическим отображением цифр 0 и 1 могут служить пауза и посылка тока, которые резко отличаются одна от другой, а с другой стороны легко осуществить устройства, действие которых характеризуется тем, что они могут находиться в одном из двух возможных состояний. Это — обычное реле, триггер и т. п.

Ввиду особого значения двоичной системы счисления необходимо уметь записывать любые числа в двоичной системе.

Разрядами в двоичной системе служат, как это видно из формулы (1), 1, 2, 4, 8, 16, ..., m^{n-1}, где $m=2$, а n — номер места, которое занимает цифра, считая справа.

Цифры α, β, γ, ... в двоичной системе счисления могут быть только 0 или 1; число 2 записывается уже двумя цифрами: нуль в разряде единиц и единица в разряде двоек.

Техника записи чисел в двоичной системе счисления сводится к умению пользоваться формулой (1).

В качестве примера запишем в двоичной системе число 45, для чего представим его суммой по степеням числа 2:

$$45 = 32 + 8 + 4 + 1,$$

или

$$45 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

Таким образом, число 45 в двоичной системе представляется как 101101.

Электрическим отображением этого числа является кодовая комбинация, состоящая из посылок тока и пауз (1 — посылка, 0 — пауза). Отсюда вытекает, что любую кодовую комбинацию (при коде с основанием два) можно рассматривать как некоторое число, записанное по двоичной системе счисления. В частности, 32 кодовые комбинации кода Бодо представляют собой не что иное, как числа от 0 до 31. Например, кодовая комбинация 10101 соответствует числу 21.

ЛИТЕРАТУРА

Б. В. Гнеденко и А. Я. Хинчин, Элементарное введение в теорию вероятностей, Гостехиздат, 1952.

А. А. Харкевич, Очерки общей теории связи, Гостехиздат, 1955.

М. П. Долуханов, Введение в теорию передачи информации по электрическим каналам связи, Связьиздат, 1955.

Р. А. Казарян и Б. И. Кувшинов, Передача сообщений по системам связи, Связьиздат, 1955.

Ф. М. Вудворд, Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации, «Советское радио», 1955.

В. Ф. Самойлов, Статистические свойства телевизионного сигнала и требования к пропускной способности канала, Связьиздат, 1955.

В. А. Котельников, Проблемы помехоустойчивой связи, Радиотехнический сборник, Госэнергоиздат, 1947, стр. 5—12.

Д. В. Агеев, Основы теории линейной селекции, «Научно-технический сборник Ленинградского электротехнического института связи», 1935, вып. 10.

А. А. Харкевич, Обнаружение слабых сигналов, «Радиотехника», 1953, т. 8, № 5.

С. В. Бородич, Многоканальные радиорелейные линии связи, Связьиздат, 1953.

М. В. Назаров, Пропускная способность систем многоканальной связи, Связьиздат, 1956.

СОДЕРЖАНИЕ


Цена 2 р. 30 к.